

Tretji teoretični izpit iz
Matematike za lesarje
datum: 7. 9. 2004

- (1) (Cauchyjev kriterij)
 - (a) Kaj pravi Cauchyjev kriterij za konvergenco vrst?
 - (b) Če je vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergentna, potem je $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$. Dokaži!
 - (c) Poišči tako vrsto $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, da velja $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$, vendar vrsta divergira. Odgovor dobro utemelji.
- (2) (Konveksnost, konkavnost, prevoji)
 - (a) Kaj je definicija konveksne in konkavne funkcije?
 - (b) Kako določimo konveksnost in konkavnost z drugom odvodom?
 - (c) Kaj je definicija prevoja?
 - (d) Kako določimo prevoje s pomočjo drugega odvoda?
- (3) (Linearno neodvisni vektorji) Naj bodo $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_k$ vektorji v $\mathbb{R}^n$.
 - (a) Kdaj so ti vektorji linearno neodvisni? Kako to računsko preverimo?
 - (b) Dokaži, da iz linearne neodvisnosti sledi $k \leq n$.
 - (c) Kako te vektorje dopolnimo do baze prostora $\mathbb{R}^n$?
- (4) (Parametrično podane krivulje)
 - (a) Kako podamo ravninsko krivuljo v parametrični obliki? Kako ugotovimo ali je sklenjena?
 - (b) Izpelji formulo za dolžino parametrično podane krivulje.
 - (c) Izpelji formulo za ploščino lika, ki ga oklepa sklenjena parametrično podana krivulja.
- (5) (Volumni v kartezičnih koordinatah) Naj bo
$$D = \{(x, y) : a \leq x \leq b, g(x) \leq y \leq f(x)\}$$
in $h(x, y)$ nenegativna funkcija na območju D . Naj bo
$$\Gamma = \{(x, y, z) : (x, y) \in D, 0 \leq z \leq h(x, y)\}.$$
 - (a) Skiciraj D in Γ ter prerez Γ z ravnino $x = x_0$.
 - (b) Kolikšna je ploščina prereza območja Γ z ravnino $x = x_0$.
 - (c) Kolikšen je volumen območja Γ ?

Vsako podvprašanje je vredno eno točko.