

MATEMATIKA 2, matematiki 2013/2014

Naslednja vprašanja boste našli na listkih, ki jih boste "žrebali" na ustnem izpitu. **Pri vseh vprašanjih je potrebno znati pojme razložiti in opisati na enostavnih primerih.**

Pozitivna pisna ocena (pridobljena s kolokviji ali na pisnem izpitu) bo veljala do 31. maja 2015.

- Definicija metrike in njene osnovne lastnosti;
- Krogle v metričnem prostoru, definicija in lastnosti odprtih in zaprtih množic;
- Stekališče in limita zaporedja v metričnem prostoru;
- Kdaj je zaporedje Cauchyjevo? Definicija polnega metričnega prostora;
- Definicija zveznosti preslikave med dvema metričnima prostoroma, lastnosti zveznih preslikav;
- Banachovo skrčitveno načelo;
- Skalarni produkt v prostoru integrabilnih funkcij, konvergenca zaporedij v prostoru s kvadratom integrabilnih funkcij;
- Definicija ortonormiranega in kompletnega ortonormiranega sistema funkcij, konvergenca, Fourierove vrste, Parsevalova enakost;
- Razvoj funkcije v trigonometrijsko Fourierovo vrsto na intervalih $[0, 2\pi]$, $[-\pi, \pi]$, $[-l, l]$, Parsevalova enakost;
- Razvoj funkcij na intervalu $[0, \pi]$, $[0, l]$ po samih sinusih ali po samih kosinusih.
- Zveznost funkcije več spremenljivk;
- Zveznost vektorske funkcije;
- Diferenciabilnost in odvedljivost funkcij več spremenljivk, definicija parcialnih odvodov;
- Definicija parcialnih odvodov. Kaj pomenijo geometrijsko?
- Definicija in uporaba totalnega diferenciala funkcije več spremenljivk;
- Diferenciabilnost in odvedljivost vektorskih funkcij;
- Diferenciabilnost in odvedljivost preslikave iz \mathbf{R}^n v \mathbf{R}^m , definicija parcialnih odvodov, Jacobijeva matrika;
- Odvod linearne preslikave;
- Odvod posredne funkcije (verižno pravilo);
- Definicija smernega odvoda, zveza med parcialnimi odvodi in smernim odvodom;
- Višji parcialni odvodi, enakost mešanih odvodov;
- Taylorjeva formula za funkcije več spremenljivk;
- Ekstremi funkcije več spremenljivk (definicija ekstrema in lokalnega ekstrema), potrebni pogoji za ekstrem diferenciable funkcije, zadostni pogoj za lokalni ekstrem dvakrat zvezno odvedljive funkcije dveh spremenljivk;
- Definicija vezanega ekstrema. Kako ga poiščemo?
- Izrek o implicitni funkciji (Kdaj nam sistem enačb $f(x, y, z) = 0, g(x, y, z) = 0$ določa z in y kot funkciji spremenljivke x ?
- Izrek o implicitni funkciji (Kdaj lahko iz enačbe $f(x, y, z) = 0$ izračunamo $z = z(x, y)$);
- Izrek o inverzni preslikavi (Pri katerih pogojih ima vektorska funkcija več spremenljivk $\vec{y} = \vec{f}(\vec{x})$ inverzno funkcijo in kakšna je?);
- Ukrivljenost krivulje v ravnini.
- Kako lahko podamo krivuljo v \mathbf{R}^3 ? Zadostni pogoji, da "zapis" podaja krivuljo. Kako izračunamo dolžino krivulje?
- Parametrizacija krivulje z naravnim parametrom, kako dobimo vektorje v smeri tangente, glavne normale in binormale na krivuljo;
- Definicija fleksijske in torzijske ukrivljenosti krivulje. Kako ju izračunamo, če je krivulja parametrizirana z naravnim parametrom? Kaj ukrivljenosti povesta o krivulji?
- Frenetove formule;
- Kako lahko podamo ploskev v \mathbf{R}^3 ? Zadostni pogoji, da "zapisi" res podajajo ploskev.
- Tangentna ravnina in normala na ploskev;
- Koordinatne krivulje na ploskvi;

- Kako dobimo glavni smeri in glavni ukrivljenosti v dani točki na ploskvi?
- Klasifikacija točk na ploskvi;
- Zveza med ukrivljenostjo krivulje na ploskvi in glavnima ukrivljenostima v dani točki;
- Zveznost integrala s parametrom;
- Odvedljivost integrala s parametrom, odvajanje pod integralnim znakom;
- Integriranje integrala s parametrom, zamenjava vrstnega reda integriranja;
- Funkcija gama in njene lastnosti;
- Funkcija beta, lastnosti in izražava s funkcijo gama;
- Definicija dvojnega ali trojnega integrala;
- Prevedba dvojnega integrala na dvakratnega;
- Zamenjava spremenljivk v večkratnem integralu, polarne, cilindrične in krogelne koordinate;
- Kako izračunamo težišče telesa, ploskve, krivulje;
- Vztrajnostni momenti telesa, ploskve, krivulje;
- Vektorske diferencialne operacije na skalarnih in vektorskih poljih (definicije gradienta, divergence in rotorja);
- Definicija in lastnosti krivuljnega integrala skalarnega polja in njegova uporaba;
- Definicija krivuljnega integrala vektorskega polja. Kdaj je integral neodvisen od poti? Stokesov izrek;
- Ploskovni integral skalarnega polja, lastnosti, površina ploskve;
- Ploskovni integral vektorskega polja, lastnosti, Stokesov izrek;
- Definicija gradienta, kdaj je polje potencialno in kako mu določimo potencial;
- Definicija in lastnosti divergence. Kako lahko zapišemo polje, če je njegova divergenca enaka 0?;
- Definicija rotorja, kaj lahko povemo o vektorskem polju, če je njegov rotor 0?
- Gaussov izrek;
- Stokesov izrek;
- Greenova formula, ploščina območij, ki so podana z robno krivuljo;
- Kompleksna števila, polarni zapis kompleksnega števila;
- Limita kompleksne funkcije, kdaj je funkcija v kompleksnem smislu odvedljiva?
- Realni in imaginarni del holomorfne funkcije, Cauchy Riemannov sistem;
- Potenčna vrsta, funkcije podane s potenčno vrsto;
- Elementarne funkcije v kompleksnem (eksponentna funkcija, sinus, kosinus);
- Integral kompleksne funkcije po krivulji v kompleksni ravnini;
- Cauchyjev izrek in Cauchyjeva integralska formula;
- Razvoj holomorfne funkcije v potenčno vrsto;
- Ničle holomorfne funkcije;
- Laurentova vrsta in klasifikacija singularnosti (obnašanje funkcije v okolici singularnih točk);
- Residuuum in integracija;
- integracija realnih izlimitiranih integralov s pomočjo kompleksne integracije;
- holomorfna funkcija kot preslikava (premik, rotacija, linearna lomljena preslikava)