Teoretične osnove tiskarskih procesov

Sklop FIZIKA

1. letnik OTGO izredni (NTF)
skripta verzija 11. avgust 2022

doc. dr. Gregor Kladnik (FMF UL)

NTF

Univerza v Ljubljani

Skripta je namenjena izrednim študentom 1. letnika OTGO na Naravoslovnotehniški fakulteti (NTF) Univerze v Ljubljani pri predmetu TOTP - sklop fizika, ki se predava v 1. semestru v bloku treh tednov po pet ur na teden. Predavanja pokrivajo osnovna področja fizike, od kinematike in dinamike, pojma energije in dela, elastičnosti, hidrostatike/-dinamike, toplote, električne in gravitacijske sile, električnega toka, valovanja do geometrijske optike.

V Ljubljani, avgust 2022. doc. dr. Gregor Kladnik

Kazalo

Ponovitev

Merske enote

Merske enote

Fizikalne količine poleg vrednosti (merskega števila) sestavljajo tudi merske enote

$$L = \{L\}[L], \quad \{L\} \ \ldots \ \text{vrednost}, \quad [L] \ \ldots \ \text{enota}$$
$$\text{npr. } L = 1.2\,\text{m} \Rightarrow \{L\} = 1.2, \quad [L] = \text{m} \, .$$

Mednarodni sistem enot (SI) definira 7 osnovnih enot

- s - *sekunda* (čas)
- m - *meter* (dolžina)
- kg - *kilogram* (masa)
- A - *amper* (električni tok)
- K - *kelvin* (temperatura)
- mol - *mol* (količina snovi)
- cd - *kandela* (svetilnost)

ostale enote so izpeljane iz osnovnih enot, npr. za silo (Newton) $1\,\text{N} = 1\,\frac{\text{kg}\,\text{m}}{\text{s}^2}$, za energijo (Joule) $1\,\text{J} = 1\,\text{Nm} = 1$, ipd.

Desetiške predpone

Desetiške predpone merskih enot

Fizikalne količine lahko zavzamejo zelo velik razpon vrednosti, zato zaradi preglednosti in berljivosti vpeljemo kratice desetiških predpon

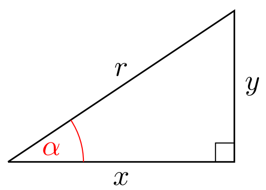
število	ime	kratica	število	ime	kratica
$10 = 10^1$	deka	da	$0.1 = 10^{-1}$	deci	d
$100 = 10^2$	hekto	h	$0.01 = 10^{-2}$	centi	c
$1000 = 10^3$	kilo	k	$0.001 = 10^{-3}$	mili	m
10^6	mega	M	10^{-6}	mikro	µ
10^9	giga	G	10^{-9}	nano	n
10^{12}	tera	T	10^{-12}	piko	p
10^{15}	peta	P	10^{-15}	femto	f
10^{18}	eksa	E	10^{-18}	ato	a

Tako je na primer $1.4 \cdot 10^{-15}\,\text{s} = 1.4\,\text{fs}$ (1.4 femtosekunde) in $3500\,\text{g} = 3.5\,\text{kg}$ (3.5 kilograma).

Kotne funkcije

Kotne funkcije

V pravokotnem trikotniku s hipotenuzo r ter katetama x in y in notranjim kotom α



definiramo kotne funkcije *sinus*, *kosinus* in *tangens* kota α

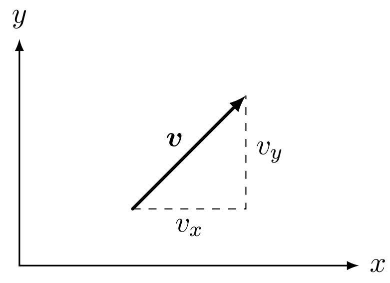
$$\sin\alpha = \frac{y}{r}, \quad \cos\alpha = \frac{x}{r}, \quad \tan\alpha = \frac{y}{x} = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$$

za katere veljajo med drugimi tudi naslednje lastnosti

$$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1, \quad \sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha, \quad \cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \, .$$

Vektorji

Vektorji So količine pri katerih je poleg njihove vrednosti (velikosti) pomembna tudi smer, npr. hitrost, pospešek ali sila.



Slika 1: Vektor $\boldsymbol{v}$ z označenima komponentama v_x in v_y.

Vektorje označimo s puščico nad črko ali pa s krepkim (angl. *bold*) zapisom, npr. $\vec{v} = \boldsymbol{v}$. V tej skripti bomo uporabljali krepki zapis za oznako vektorjev. V dveh dimenzijah (v ravnini) ima vektor dve komponenti, x-komponento (v_x) ter y-komponento (v_y)

$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$

Velikost vektorja je njegova dolžina in jo izračunamo kot $v = |\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$. Smer vektorja je kot φ, ki ga vektor oklepa z vodoravnico in ga izračunamo s pomočjo enačbe $\varphi = \arctan \frac{v_y}{v_x}$. Vektorje, zapisane v enakem koordinatnem sistemu, seštevamo/odštevamo po komponentah

$$\boldsymbol{v} = \boldsymbol{w} + \boldsymbol{u} = \begin{pmatrix} w_x \\ w_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} u_x \\ u_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}$$
$$v_x = w_x + u_x, \qquad v_y = w_y + u_y$$

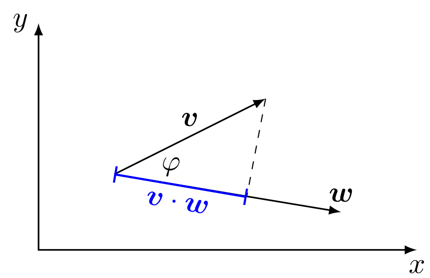
Množenje vektorja s skalarjem (številom) spremeni njegovo velikost, ne pa njegove smeri, $\boldsymbol{v} = a\boldsymbol{w}$:

$$\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} aw_x \\ aw_y \end{pmatrix} = a \begin{pmatrix} w_x \\ w_y \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad |\boldsymbol{v}| = a|\boldsymbol{w}|$$

Skalarni produkt dveh vektorjev je enak dolžini projekcije enega vektorja na drugega in ga izračunamo kot

$$\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w} = |\boldsymbol{v}||\boldsymbol{w}| \cos \varphi$$

kjer je φ kot med obema vektorjema.



Slika 2: Skalarni produkt $\boldsymbol{v} \cdot \boldsymbol{w}$ je dolžina projekcije vektorja $\boldsymbol{v}$ na vektor $\boldsymbol{w}$.

1 Kinematika

Kinematika je podpodročje fizike, ki se ukvarja z opisom gibanja teles. Pri tem se ne ukvarja z vzrokom za gibanje. Količine, ki nas bodo zanimale so opravljena pot s, hitrost v ter pospešek a. Ločimo lahko dve posebni vrsti *premega* gibanja

a) premo enakomerno gibanje (hitrost se ne spreminja, $v =$ konst.)
b) premo enakomerno pospešeno gibanje (pospešek se ne spreminja, $a =$ konst.)

Enakomerno gibanje

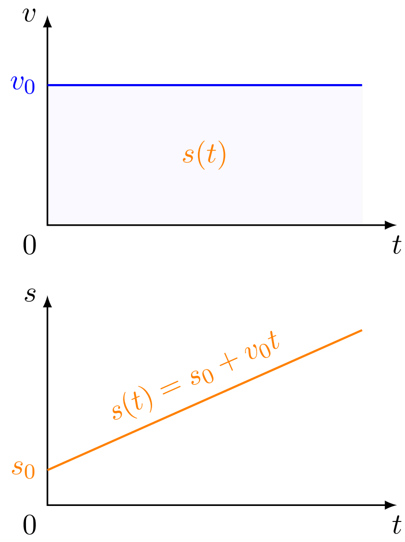
Premo enakomerno gibanje Tukaj je pospešek a enak 0, hitrost v telesa se s časom ne spreminja. Opravljena pot s telesa je linearna funkcija časa:

$$a = 0$$
$$v = v_0 = \text{konst.}$$
$$s = s_0 + v_0 t$$

kjer je v_0 začetna hitrost in s_0 začetna oddaljenost telesa od izhodišča. Povprečna hitrost $\overline{v}$ je enaka

$$\overline{v} = \frac{1}{2}(v_0 + v_k) = v_0$$

kjer je v_k končna hitrost telesa in je enaka v_0, saj se hitrost telesu ne spreminja. Opravljena pot je potem enaka tudi $s = s_0 + \overline{v}t$.



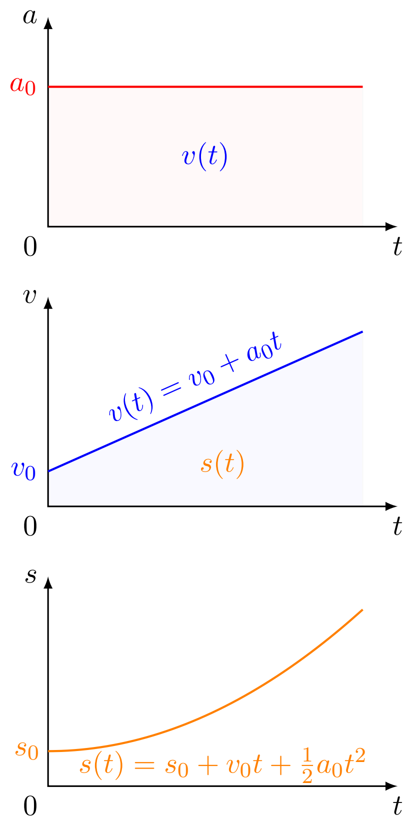
Enakomerno pospešeno gibanje

Premo enakomerno pospešeno gibanje Tukaj je pospešek a konstanten in ni enak 0. Hitrost in opravljena pot sta funkciji časa:

$$a = \text{konst.}$$
$$v = v_0 + at$$
$$s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

Opravljena pot s je kvadratna funkcija časa - krivuljo, ki jo opiše imenujemo *parabola*. Povprečna hitrost je enaka $\overline{v} = v_0 + \frac{1}{2}at$ ter opravljena pot kakor tudi pri premem gibanju $s = s_0 + \overline{v}t$. Kadar je pospešek a manjši kot 0 (negativen) govorimo o *pojemku*.

Desno: Hitrost $v(t)$ ustreza ploščini pod krivuljo pospeška (rdeče) in je linearna funkcija časa (modra premica). Podobno velja za opravljeno pot $s(t)$ – ta ustreza ploščini pod krivuljo hitrosti (modro) in je parabolična funkcija časa (oranžna krivulja).



Ravninsko gibanje Poleg premega gibanja, si ogledamo še posebna primera *ravninskega* gibanja - poševni met in kroženje. Pri ravninskem gibanju postanejo količine, ki nas zanimajo vektorji (z dvema komponentama)

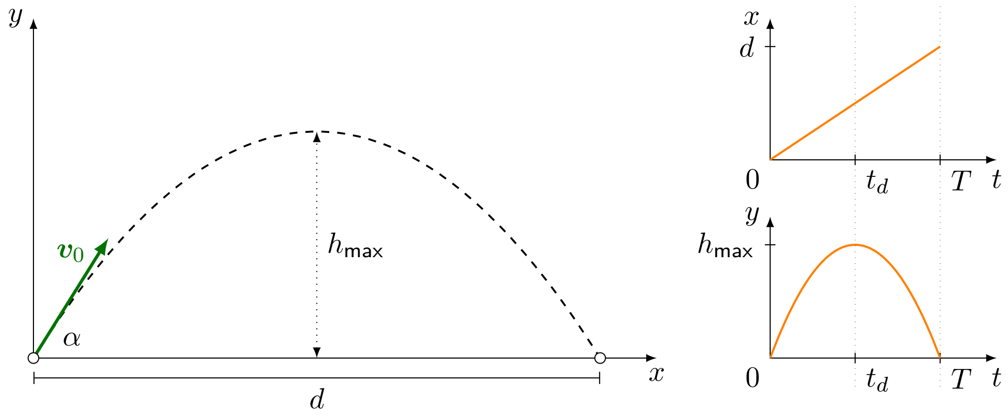
$$\boldsymbol{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{a} = \begin{pmatrix} a_x \\ a_y \end{pmatrix}$$

Oblike enačb iz premega gibanja se ohranijo

$$\begin{aligned} \boldsymbol{a} &= \text{konst.} \\ \boldsymbol{v} &= \boldsymbol{v}_0 + \boldsymbol{a}t \\ \boldsymbol{r} &= \boldsymbol{r}_0 + \boldsymbol{v}_0 t + \frac{1}{2}\boldsymbol{a}t^2 \end{aligned}$$

Poševni met

Poševni met Pri poševnem metu telo (npr. kamen) z maso m vržemo z neko začetno hitrostjo v_0 pod kotom α glede na vodoravnico. Zanimajo nas lastnosti takšnega gibanja, kot so na primer največja dosežena višina h_{max}, domet d, čas dviga t_d in oblika trajektorije.



Slika 3: (*levo*) Trajektorija telesa pri poševnem metu. (*desno*) Časovni potek vodoravne (x) in navpične (y) lege telesa – ob času t_d doseže največjo višino (h_{max}), ob času $T = 2t_d$ pa pade na tla na razdalji d od izhodišča (doseg).

Gibanje lahko opišemo kot sestavljeno premo gibanje telesa v dveh smereh - v vodoravni smeri imamo *premo enakomerno* v navpični smeri pa *premo enakomerno pospešeno* gibanje (zaradi težnostnega pospeška g).

- vodoravna (x) smer

$$\begin{aligned} v_{0x} &= v_0 \cos\alpha && \ldots \quad x\text{-komponenta začetne hitrosti} \\ v_x &= v_{0x} = \text{konst.} && \ldots \quad \text{hitrost v } x\text{-smeri je konstantna} \\ x &= v_{0x}t = v_0 t \cos\alpha && \ldots \quad \text{pot (lega) telesa v } x\text{-smeri} \end{aligned}$$

- navpična (y) smer

$$\begin{aligned} a_y &= -g = \text{konst.} && \ldots \quad \text{pospešek v } y\text{-smeri je konstanten} \\ v_{0y} &= v_0 \sin\alpha && \ldots \quad y\text{-komponenta začetne hitrosti} \\ v_y &= v_{0y} + a_y t = v_0 \sin\alpha - gt && \ldots \quad \text{hitrost v } y\text{-smeri} \\ y &= v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t = v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2}gt^2 && \ldots \quad \text{pot (lega) telesa v } y\text{-smeri} \end{aligned}$$

Čas dviga t_d izračunamo iz pogoja, da je pri največji višini hitrost v y-smeri enaka 0 in dobimo

$$v_y(t_d) = v_{0y} - gt_d = 0 \quad \Rightarrow \quad t_d = \frac{v_{0y}}{g} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

največjo doseženo višino h_{max} pa iz opravljene poti v y-smeri v času dviga

$$h_{\mathsf{max}} = y(t_d) = v_{0y}t_d - \frac{1}{2}gt_d^2 = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}.$$

Domet d izračunamo iz opravljene poti v x-smeri v dvojnem času dviga $T = 2t_d$, saj telo enako časa potrebuje za dvig do največje višine ter spust do tal, torej

$$d = x(T) = v_{0x}2t_d = \frac{v_0^2}{g}2\cos\alpha\sin\alpha = \frac{v_0^2\sin(2\alpha)}{g}.$$

Največji domet doseže pri kotu α za katerega velja

$$\sin(2\alpha) = 1 \quad \Rightarrow \quad 2\alpha = 90°, \qquad \alpha = 45°\ .$$

Vodoravni met

Vodoravni met Predstavljajmo si, da smo na robu prepada, H metrov nad tlemi in v vodoravni smeri z začetno hitrostjo v_0 zalučamo kamen. V tem primeru govorimo o vodoravnem metu. Gibanje lahko spet ločimo na gibanje v vodoravni in navpični smeri. V vodoravni smeri na telo ne delujejo nobene sile (ni pospeška), zato gre za premo enakomerno gibanje

$$\begin{aligned} v_x &= v_0 = \text{konst.} && \ldots \quad \text{hitrost v } x\text{-smeri je konstantna} \\ x(t) &= v_0 t && \ldots \quad \text{pot (lega) v } x\text{-smeri se linearno veča s časom .} \end{aligned}$$

V navpični smeri na telo deluje gravitacijski pospešek g, gre torej za premo enakomerno pospešeno gibanje

$$\begin{aligned} a_y &= -g = \text{konst.} && \ldots \quad \text{pospešek v } y\text{-smeri je konstanten} \\ v_y(t) &= a_y t = -gt && \ldots \quad \text{hitrost v } y\text{-smeri se linearno veča s časom} \\ y(t) &= H + \frac{1}{2}a_y t^2 = H - \frac{1}{2}gt^2 && \ldots \quad \text{pot (lega) telesa v navpični smeri .} \end{aligned}$$

Koliko časa T bo telo potovalo preden pade na tla? Lega v y-smeri (višina nad tlemi) bo takrat 0 in zato

$$y(T) = H - \frac{1}{2}gT^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{2H}{g}},$$

kar je enako času prostega pada telesa z višine H. Kakšno pot bo telo opravilo v vodoravni smeri v tem času? Izračunamo

$$x(T) = v_0 T = v_0\sqrt{\frac{2H}{g}}\ .$$

Kakšno trajektorijo (krivuljo) opiše telo pri vodoravnem metu? Iščemo izraz za y kot funkcijo x, zato izrazimo čas t s prečno lego x

$$x(t) = v_0 t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_0} \tag{1}$$

in vstavimo v enačbo za $y(t)$

$$y(x) = H - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2} \quad \ldots \quad \text{trajektorija je parabola .} \tag{2}$$

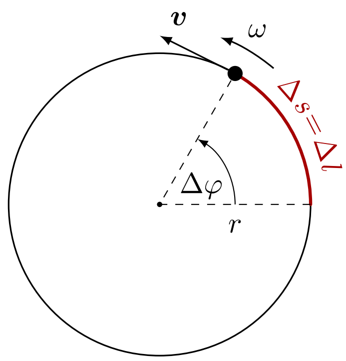
Kroženje

Kroženje Pri kroženju se telo giblje po krožnici z radijem r z obodno hitrostjo v. V nekem času Δt opravi pot $\Delta s = v\Delta t$, ki je enaka dolžini loka Δl, ki ga oklepa kot $\Delta\varphi$

$$\Delta s = v\Delta t = \Delta l = r\Delta\varphi \ .$$

Zadnja enakost za dolžino loka Δl in kot $\Delta\varphi$ velja v primeru, da kote merimo v enotah *radianov* - pri tem velja $2\pi\,\text{rad} = 360^\circ$ in zato $1\,\text{rad} \approx 57.3^\circ$. Obodna hitrost je potem enaka

$$v = r\frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = r\omega, \qquad \omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad \ldots \quad \text{kotna hitrost}, \quad [\omega] = \frac{\text{rad}}{\text{s}} = \frac{1}{\text{s}} \ .$$



Kotna hitrost ω nam pove kakšen kot $\Delta\varphi$ telo opravi pri kroženju v času Δt. Pogosto uporabljamo tudi *frekvenco* ν, ki pove število obhodov N telesa v času Δt. Število obhodov izračunamo iz kotne hitrosti kot

$$N = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{\omega\Delta t}{2\pi} \tag{3}$$

frekvenco ν pa potem kot

$$\nu = \frac{N}{\Delta t} = \frac{\omega}{2\pi}, \quad [\nu] = \frac{1}{\text{s}} = \text{Hz}, \qquad \omega = 2\pi\nu \ . \tag{4}$$

Perioda ali obhodni čas T_0 je čas, ki ga telo pri kroženju potrebuje da opravi natanko en obhod in je enak

$$\nu = \frac{1}{T_0}, \quad T_0 = \frac{1}{\nu} = \frac{2\pi}{\omega} \ . \tag{5}$$

V primeru enakomerno pospešenega kroženja je *tangentni* pospešek a_t enak

$$a_t = \frac{\Delta v}{\Delta t} = r\frac{\Delta\omega}{\Delta t} = r\alpha, \qquad \alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad \ldots \quad \text{kotni pospešek}, \quad [\alpha] = \frac{\text{rad}}{\text{s}^2} = \frac{1}{\text{s}^2} \ .$$

Enačbe za *enakomerno pospešeno kroženje* so enake oblike kot za primer premo enakomerno pospešenega gibanja, vendar da zdaj sledimo kotu φ (namesto opravljeni poti s), kotni hitrosti ω (namesto hitrosti v) ter kotnemu pospešku α (namesto pospešku a), torej

$$\begin{aligned} \alpha &= \text{konst.} \\ \omega &= \omega_0 + \alpha t \\ \varphi &= \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \end{aligned}$$

V primeru *enakomernega kroženja* uporabimo zgornje enačbe z upoštevanjem, da je kotni pospešek $\alpha = 0$.

Pri enakomernem kroženju na telo ves čas deluje tudi *radialni pospešek* a_r usmerjen v smeri proti središču krožnice in je enak

$$a_r = \omega^2 r = \frac{v^2}{r} \tag{6}$$

in je posledica dejstva, da se pri enakomernem kroženju smer vektorja obodne hitrosti ves čas spreminja in je zato sprememba vektorja obodne hitrosti $\Delta \boldsymbol{v}$ različna od nič. *Enakomerno kroženje je torej pospešeno gibanje* pri katerem se velikost obodne hitrosti v ne spreminja, spreminja pa se njena smer.

2 Dinamika

Newtonovi zakoni Dinamika je podpodročje fizike, ki se ukvarja z vzrokom za gibanje teles - s *silami*. Njihov vpliv na gibanje je podan v treh Newtonovih zakonih

1. Newton

1. Newtonov zakon: Kadar je vsota vseh zunanjih sil na opazovano telo (sistem) enaka nič, telo (sistem) miruje ali pa se njegovo težišče (*) giblje premo enakomerno:

$$\sum_i \boldsymbol{F}_i = 0 \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{v}^* = 0 \text{ ali } \boldsymbol{v}^* = \text{konst.}$$

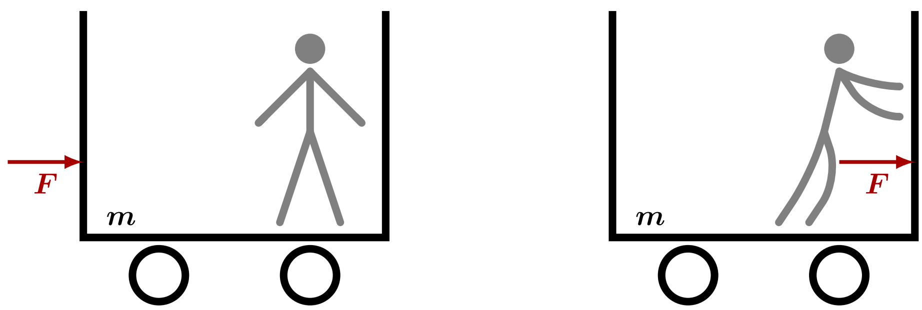
2. Newton

2. Newtonov zakon: Kadar vsota vseh zunanjih sil na opazovano telo (sistem) ni enaka nič, se težišče telesa (sistema) giblje enakomerno pospešeno s pospeškom $\boldsymbol{a}^*$:

$$\sum_i \boldsymbol{F}_i = m\boldsymbol{a}^*, \qquad m \quad \ldots \quad \text{vztrajnostna masa telesa (sistema)}$$

3. Newton

3. Newtonov zakon: Če na telo (2) deluje telo (1) s silo $\boldsymbol{F}_{21}$, potem telo (1) deluje na telo (2) z nasprotno enako silo $\boldsymbol{F}_{12}$ - zakon o vzajemnem učinku, ali tudi zakon o akciji in reakciji.



Slika 4: (levo) Primer zunanje sile $\boldsymbol{F}$ na opazovani sistem (voziček z osebo) in (desno) primer notranje sile, ko oseba v vozičku s silo $\boldsymbol{F}$ deluje na steno vozička. V tem primeru voziček (sistem) miruje, saj je vsota zunanjih sil enaka 0.

Smer pospeška težišča $\boldsymbol{a}^*$ je vedno enaka smeri rezultanti (vsoti) zunanjih sil na opazovano telo (sistem). Računanje s silami sledi pravilom računanja z vektorji (npr. seštevanje/odštevanje po komponentah, ipd.).

3 Delo in energija

Kadar na mirujče telo z maso m prične delovati zunanja sila $\boldsymbol{F}$, se to pricc3čne gibati enakomerno pospešeno s pospeškom $\boldsymbol{a}$. Po nekem času Δt opravi pot $\Delta \boldsymbol{s}$ in doseže (končno) hitrost v_k. V tem primeru rečemo, da je zunanja sila opravila delo A

Delo

$$A = \boldsymbol{F} \cdot \Delta \boldsymbol{s} = F \Delta s \cos\varphi, \qquad \varphi \ldots \quad \text{kot med silo in smerjo premika,}$$

ki je spremenila *kinetično energijo* $W_k = \frac{1}{2}mv^2$ telesu kot

$$A = \Delta W_k = W_k(\text{končna}) - W_k(\text{začetna}) \quad \ldots \quad \text{"energijski zakon"}$$

Enota dela A in energije je Joule (J), ki se z osnovnimi enotami izraža kot

$$[A] = [F][s] = 1\,\text{N m} = 1\,\text{J}.$$

Podobno kot kinetično lahko vpeljemo tudi *potencialno energijo* $W_p = mgh$ telesa, če opazujemo počasno $(v = 0)$ dviganje telesa z maso m za višino Δh

$$A = \Delta W_p = W_p(\text{končna}) - W_p(\text{začetna}) = mg\Delta h$$

Energijski zakon se potem v splošnem razširi na

$$A = \Delta W_k + \Delta W_p = \Delta\Big(W_k + W_p\Big)$$

in pove, da je sprememba vsote kinetične in potencialne energije enaka opravljenemu delu zunanjih sil na opazovano telo (ali sistem).
Vpeljemo še prožnostno energijo $W_{pr} = \frac{1}{2}kx^2$, kjer je k prožnostni koeficient vzmeti in x raztezek/skrček vzmeti. Tukaj smo upoštevali *Hookov zakon*, ki pravi, da je sila vzmeti F_{vz} premosorazmerna s skrčkom/raztezkom x, torej $F_{vz} = -kx = -F$ in je nasprotno enaka sili s katero stiskamo/raztezamo vzmet.
Z upoštevanjem še prožnostne energije dobi energijski zakon obliko

Energijski zakon

$$A = \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr} = \Delta\Big(W_k + W_p + W_{pr}\Big),$$

oziroma v primeru, ko je delo A zunanjih sil enako 0

$$\Delta\Big(W_k + W_p + W_{pr}\Big) = 0 \quad \Rightarrow \quad W_k + W_p + W_{pr} = \text{konst.}$$

kar je zakon o ohranitvi energije (sistema).
Kot zgled opazujmo prosti pad telesa z maso m z višine h nad tlemi. Zanima nas končna hitrost telesa, tik nad tlemi. Delo zunanjih sil je v tem primeru enako 0 (ni zunanjih sil) in uporabimo enačbo o ohranitvi energije

$$W_k(\text{končna}) + W_p(\text{končna}) = W_k(\text{začetna}) + W_p(\text{začetna})$$

in naprej

$$\frac{1}{2}mv_k^2 = mgh \quad \Rightarrow \quad v_k = \sqrt{2gh}$$

kjer smo upoštevali, da je potencialna energija telesa na tleh (na višini 0) enaka 0.

Moč

Moč Predstavljamo si, da gremo na nek hrib, na primer Šmarno goro. Zanima nas koliko dela bomo pri tem opravili. Na začetku in koncu poti bo naša hitrost 0, pri tem pa se bomo dvignili za $\Delta h = 300\,\text{m}$. Opravljeno delo bo potem enako spremembi potencialne energije

$$A = \Delta W_p = mg\Delta h$$

Iz izkušenj vemo, da je razlika ali gremo počasi (dlje časa) ali hitreje (manj časa), kljub temu da pri tem opravimo enako delo. Razlika je v opravljeni *moči* (P), ki je določena kot

$$P = \frac{A}{\Delta t}, \qquad [P] = \frac{[A]}{[t]} = \frac{1\,\text{J}}{1\,\text{s}} = 1\,\text{W}$$

z enotami *watt*. Moč lahko izrazimo tudi kot

$$P = \frac{A}{\Delta t} = \frac{\boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{\Delta s}}{\Delta t} = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}.$$

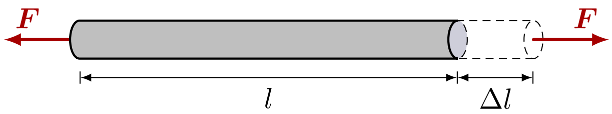
Na primer, pri konstantni hitrosti v bo avtomobilski motor delal z močjo $P = Fv$, zaradi premagovanja sile upora F (upor zraka, kotalnega upora koles). Pri večjih hitrostih je sila upora na avtomobil zaradi zraka sorazmerna s kvadratom hitrosti (glej poglavje 5), $F_u \propto v^2$ in je zato moč sorazmerna s hitrostjo na kub, torej $P \propto v^3$.

4 Elastičnost

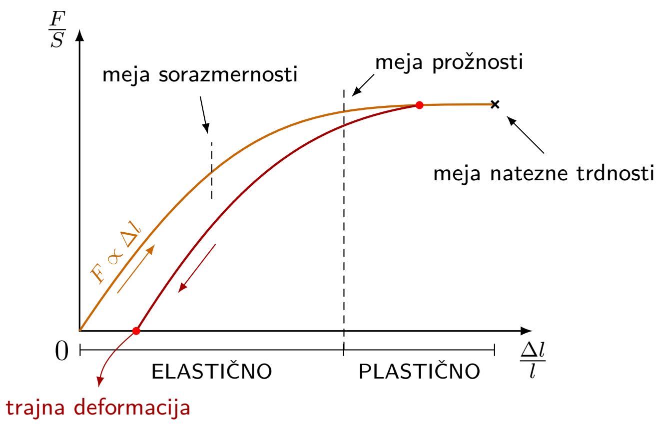
Vzdolžna obremenitev Zunanje sile lahko poleg gibanja povzročijo tudi deformacije trdnin (spremembo oblike). Pri vzdolžni (osni) obremenitvi sila F povzroči deformacijo Δl (absolutni podaljšek/skrček), ki ju povezuje enačba

$$\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l}\ , \qquad [E] = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = \mathrm{Pa}\ ,$$

kjer je S presek in l dolžina (npr. palice) pred obremenitvijo, E pa prožnostni (Youngov) modul. Količino $\frac{F}{S}$ imenujemo *napetost*, $\frac{\Delta l}{l}$ pa relativni podaljšek/skrček.



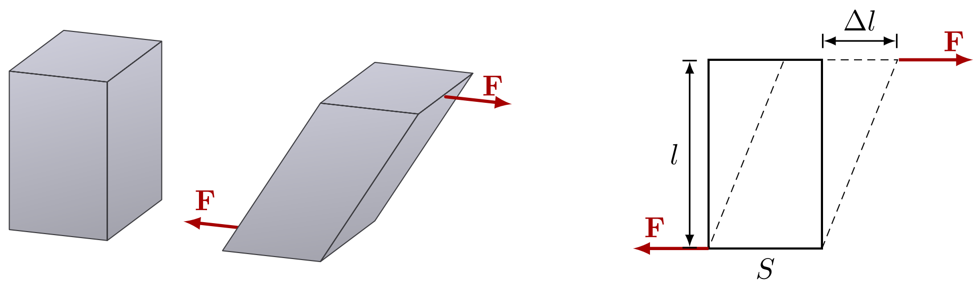
Slika 5: Absolutni podaljšek Δl kadar na palico dolžine l v vzdolžni smeri delujemo s silo F.



Slika 6: Tipičen potek odvisnosti med napetostjo (obremenitvijo) $\frac{F}{S}$ in relativno deformacijo $\frac{\Delta l}{l}$. Za majhne obremenitve je odvisnost linearna (sorazmernost), pri večjih od *meje prožnosti* preidemo v trajno deformacijo.

Strižna deformacija

Strižna deformacija Poleg vzdolžne (osne) obremenitve, kjer sile delujejo pravokotno na presek S, poznamo tudi *strižne* obremenitve, kjer sile delujejo v ravnini preseka. Takrat govorimo o *strižnih silah* ter *strižni* deformaciji. Naj bo kvader na svoji spodnji ploskvi togo vpet na podlago, nanj pa delujemo s strižno silo F kot kaže slika spodaj. Kvader se bo deformiral v paralelepiped (črtkana črta).



Slika 7: (*levo*) Strižna deformacija kvadra, ki je togo vpet na spodnji ploskvi. (*desno*) Pogled na čelno ploskev in njeno deformacijo z označenimi količinami.

Enačba, ki povezuje silo (obremenitev) in deformacijo, se v tem primeru glasi

$$\frac{F}{S} = G\frac{\Delta l}{l}\,, \qquad [G] = \mathrm{Pa}\,,$$

kjer je $\frac{F}{S}$ *strižna napetost* in G *strižni modul*. Strižne sile v kapljevinah in plinih povzročajo *strižni tok* - kapljevina/plin se bo pričela gibati.

Izotropno stiskanje

Izotropno stiskanje Pri deformacijah si poglejmo še *izotropno stiskanje*. Tukaj na neko telo z vseh strani enakomerno deluje zunanja sila F, zaradi česar raje vpeljemo *tlak* $p = \frac{F}{S}$, ki nam pove kakšna sila F deluje na enoto površine S. Pri izotropnem stiskanju se bo volumen V telesa zmanjšal za ΔV zaradi spremembe tlaka Δp na telo kot

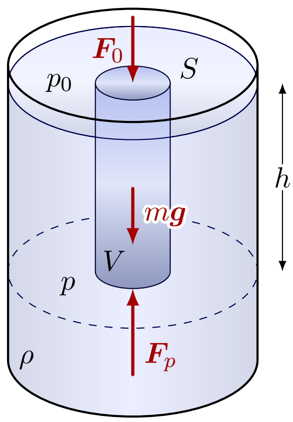
$$\frac{\Delta V}{V} = -\chi \Delta p\,, \qquad [\chi] = \frac{1}{\mathrm{Pa}}$$

kjer je χ (izotermna) *stisljivost*, minus v enačbi pa pove, da se pri povečanju tlaka (Δp pozitiven) volumen telesa zmanjša (sprememba volumna ΔV negativna).

5 Mehanika tekočin

Hidrostatika

Hidrostatika Najprej si poglejmo primer *statičnih* tekočin, torej tekočin, ki se ne gibljejo. Področje, ki se ukvarja s statičnimi lastnostmi tekočin imenujemo *hidrostatika*.
Opazujmo tekočino, npr. vodo, v kozarcu in se vprašajmo kakšne sile delujejo na namišljen stolpec tekočine z volumnom V in maso m, kot prikazuje skica spodaj.



Na zgornji presek S stolpca tekočine deluje zunanji (zračni) tlak p_0 s silo $F_0 = p_0 S$, na globini h mora v nasprotni smeri delovati sila $F_p = pS$, kjer je p iskani tlak v tekočini na globini h. Ker se tekočina ne giblje, je vsota vseh sil na opazovano telo enako 0, torej

$$F_p - F_0 - mg = 0, \quad \Rightarrow \quad F_p = F_0 + mg \ .$$

Upoštevamo $m = \rho V$, kjer je ρ gostota tekočine in dobimo

$$pS = p_0 S + \rho V g$$
$$p = p_0 + \rho g h$$

kjer člen $\rho g h$ imenujemo *hidrostatski tlak*. Za vodo tako ugotovimo, da se za vsakih $h = 10\,\mathrm{m}$ globine celotni tlak poveča za

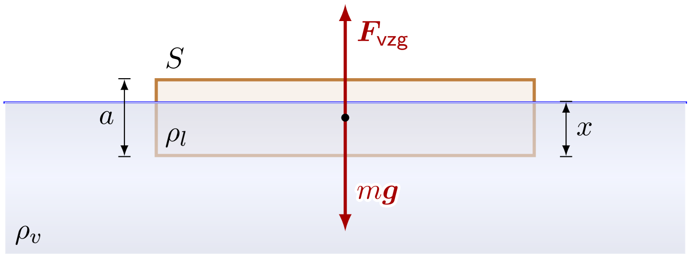
$$\rho g h = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot 10\,\mathrm{m} = 10^5\,\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2} = 1\,\mathrm{bar} \ .$$

Vzgon

Vzgon Na potopljeno telo deluje *sila vzgona* v nasprotni smeri sile teže in prijemlje, kakor sila teže, v težišču telesa. Vzgon je posledica dejstva, da je hidrostatski tlak odvisen od globine h. Silo vzgona F_{vzg} izračunamo kot

$$F_{\mathrm{vzg}} = \rho V g \ ,$$

kjer je ρ gostota tekočine, g težnostni pospešek in V volumen potopljenega dela telesa. Vidimo, da je produkt ρV enak masi izpodrinjene tekočine in je zato sila vzgona enaka teži izpodrinjene tekočine. Kot primer poglejmo desko lesa, ki plava na površini vode. Celotna višina deske je a, zanima nas pa višina potopljenega dela deske x.



Deska se ne giblje, zato upoštevamo ravnovesje sil

$$F_{\mathrm{vzg}} = mg$$
$$\rho_v S x g = \rho_l S a g \quad \Rightarrow \quad x = a\frac{\rho_l}{\rho_v} \ .$$

Za gostoto lesa $\rho_l = 700\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ in dolžino stranice $a = 10\,\mathrm{cm}$ dobimo, da je deska v vodi potopljena za

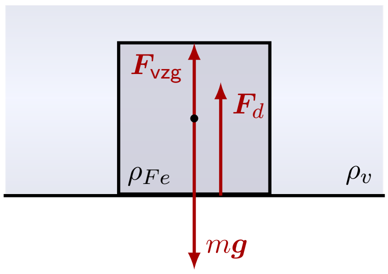
$$x = 10\,\mathrm{cm} \cdot \frac{700\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}}{1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}} = 7\,\mathrm{cm} \ .$$

Poglejmo še potopljeno kocko železa v vodi, kjer nas zanima sila dna (tal) F_d na kocko.
Kocka miruje, zato velja ravnovesje sil

$$F_d + F_{\mathrm{vzg}} = mg \quad \Rightarrow \quad F_d = mg - \rho_v V g$$

in naprej

$$F_d = (\rho_{Fe} - \rho_v) a^3 g,$$



kjer smo za volumen kocke upoštevali $V = a^3$. Z upoštevanjem velikosti stranice kocke $a = 10\,\mathrm{cm}$ ter gostote železa $\rho_{Fe} = 7800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$ dobimo silo dna

$$F_d = \left(7800\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3} - 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}\right) \cdot (10\,\mathrm{cm})^3 \cdot 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 68\,\mathrm{N}\ .$$

Če bi stehtali kocko potopljeno v vodi, bi torej na tehtnici prebrali 6.8 kg, to je 1 kg manj kot v primeru kocke na zraku (dejanske mase kocke).

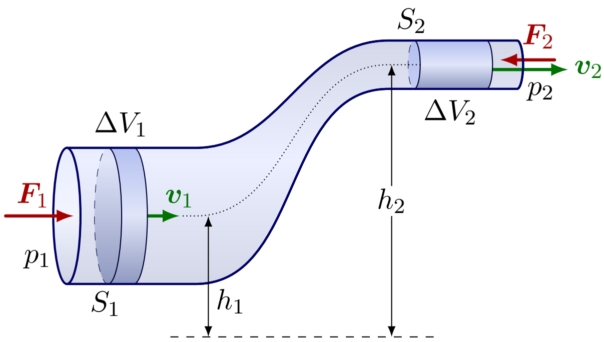
Hidrodinam.

Hidrodinamika Naredimo sedaj naslednji korak pri mehaniki tekočin in dovolimo še gibanje (tok) tekočin - takrat govorimo o *hidrodinamiki*. Predpostavimo, da imamo idealno tekočino - nestisljivo, neviskozno (brez trenja/upora) tekočino in opazujmo *stacionarni* tok. Pri stacionarnih razmerah se fizikalne količine (npr. hitrost, pretok) s časom ne spreminjajo, zato je takšna obravnava enostavnejša.

Iz zakona o ohranitvi energije (sistema) sledi Bernoullijeva enačba, ki velja na posamezni *tokovnici*

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2\ ,$$

kjer je ρ gostota tekočine.



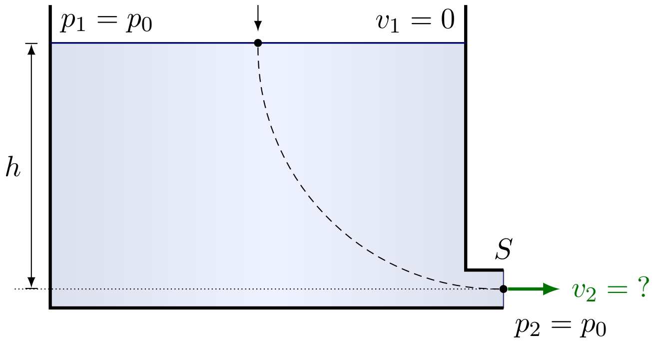
Slika 8: Skica k Bernoullijevi enačbi za stacionarni tok idealne tekočine. Predstavljajmo si cev s spremenljivim presekom po kateri teče voda. Voda vstopa v točki (1) in izstopa v točki (2). Eno izmed tokovnic predstavlja pikčasta črta.

Ocenimo sedaj hitrost iztekanje vode iz posode na sliki (9) spodaj.
Zapišemo Bernoullijevo enačbo in dobimo

$$\rho g h = \frac{1}{2}\rho v_2^2\ ,$$

kjer smo upoštevali $p_1 = p_2 = p_0$ (zračni tlak), $v_1 = 0$. Ocena hitrosti na izhodu iz posode je potem

$$v_2 = \sqrt{2gh}\ .$$



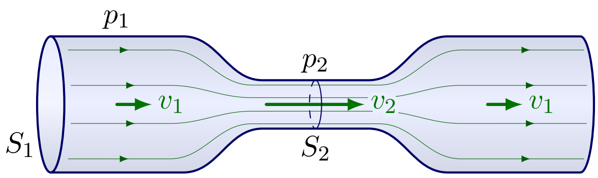
Slika 9: Primer izračuna hitrosti iztekanja vode v_2 s pomočjo Bernoullijeve enačbe.

Pogosto nas namesto hitrosti tekočine zanima *volumski pretok* Φ_V

$$\Phi_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = S \cdot v, \qquad [\Phi_V] = \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$$

in masni pretok Φ_m

$$\Phi_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{\rho \Delta V}{\Delta t} = \rho \Phi_V = \rho S \cdot v \qquad [\Phi_m] = \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}} \, .$$



Slika 10: Volumski pretok je za nestisljivo tekočino konstanten, zato se hitrost tekočine v_2 v ožini poveča, tlak p_2 pa zmanjša.

Kadar govorimo o idealni (nestisljivi) tekočini, je volumski pretok konstanten - za skico na sliki (8) lahko zapišemo

$$\Phi_{V_1} = \Phi_{V_2} \quad \Rightarrow \quad S_1 v_1 = S_2 v_2 \, .$$

Hitrost tekočine bo torej skozi ožji del cevi (z manjšim presekom S_2) hitrejša. Tlak p_2 v ožini bo po Bernoullijevi enačbi nižji, ker velja $v_2 > v_1$

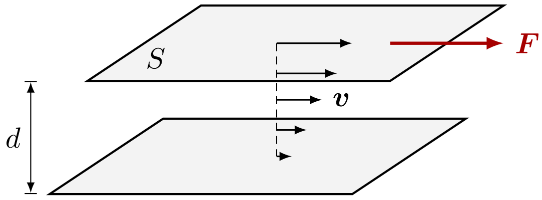
$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$p_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho(v_1^2 - v_2^2) = p_1 - \frac{1}{2}\rho v_1^2\left(\left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2 - 1\right)$$

Viskoznost

Viskoznost Realne tekočine so viskozne, kar pomeni da strižna obremenitev povzroči strižni tok. Opazujmo dve ploskvi s ploščinama S na razdalji d med katerima je viskozna tekočina. Naj bo spodnja ploskev nepremična, na zgornjo pa delujemo s silo F kot kaže skica spodaj
Takrat se v tekočini pojavi strižni tok, za katerega je značilno, da je hitrost tekočine različna na različnih višinah med ploskvama (vzpostavi se hitrostni profil) - najhitrejša je tekočina ob zgornji premični ploskvi, najpočasnejša (se ne premika) pa ob spodnji fiksni ploskvi. Strižni tok opišemo z enačbo

$$\frac{F}{S} = \eta \frac{v}{d}, \qquad [\eta] = \mathrm{Pa\,s} \, ,$$



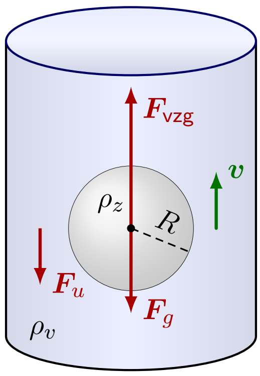
kjer je η koeficient viskoznosti.
Tok tekočine, kjer je hitrost enaka v posameznih slojih tekočine in se ta ne meša (ni vrtincev) imenujemo *laminarni tok*.

Upor

Linearni zakon upora Linearni zakon upora ($F_u \propto v$) velja za majhne hitrosti v in je posledica viskoznosti tekočin. Tako je na primer sila upora na kroglico s polmerom R, ki se giblje s hitrostjo v v viskozni tekočini z viskoznostjo η enaka

$$F_u = 6\pi\eta R v \ .$$

Ocenimo sedaj hitrost dviganja zračnega mehurčka z radijem $R = 1\,\text{mm}$ v vodi, slika spodaj.



Na mehurček poleg sile teže $F_g = mg$ deluje še sila vzgona F_{vzg} in sila upora F_u. Po dovolj dolgem času se bo mehurček gibal navzgor s konstantno hitrostjo v, takrat bo vsota vseh sil nanj enaka 0, torej

$$F_u + F_g - F_{\text{vzg}} = 0$$
$$6\pi\eta R v + mg - \rho_v V g = 0$$
$$v = \frac{(\rho_v - \rho_z) V g}{6\pi\eta R}, \qquad V = \frac{4}{3}\pi R^3$$

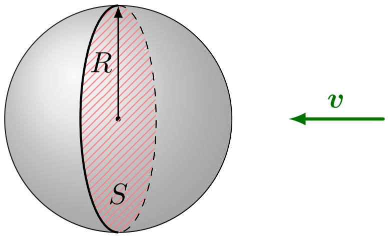
kjer je V volumen mehurčka, $\rho_z = 1.2\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ gostota zraka in $\rho_v = 1000\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ gostota vode ter $\eta = 10^{-3}\,\text{Pa\,s}$ viskoznost vode. V zadnji enačbi za hitrost upoštevamo še enačbo za volumen krogle in dobimo

$$v = \frac{2(\rho_v - \rho_z) g R^2}{9\eta} = 2.2 \cdot 10^{-3}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 2.2\,\frac{\text{mm}}{\text{s}} \ .$$

Kvadratni zakon upora Kadar nastopajo večje hitrosti, sila upora ni več sorazmerna s hitrostjo temveč je sorazmerna s kvadratom hitrosti, $F_u \propto v^2$. V splošnem lahko zapišemo

$$F_u = \frac{1}{2} C \rho S v^2 \ ,$$

kjer je ρ gostota medija (tekočine, zraka, ipd.) skozi katerega se giblje telo, C koeficient upora, ki je odvisen od oblike telesa ter S čelni presek telesa.



Slika 11: Čelni presek S za kroglo z radijem R.

Izračunajmo oceno končne (*terminalne*) hitrosti telesa, ki pada zaradi sile teže v zraku. Edini sili, ki delujeta na telo sta sila teže F_g in sila upora F_u, ki se po dovolj dolgem času uravnovesita - takrat telo doseže končno hitrost v. Dobimo

$$F_g = F_u$$
$$mg = \frac{1}{2} C\rho S v^2, \qquad \Rightarrow \qquad v = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho S}} \, .$$

Tako, na primer, za podatke $C = 1$, $\rho = 1.2\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $m = 80\,\text{kg}$ in $S = 0.5\,\text{m}^2$ dobimo rezultat

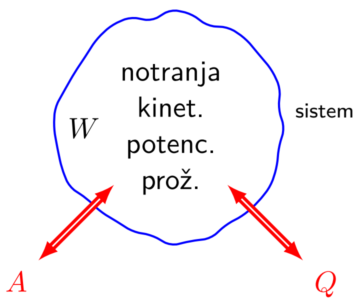
$$v = 51.6\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 186\,\frac{\text{km}}{\text{h}} \, .$$

6 Toplota

Na mikroskopski skali imamo izredno veliko število gradnikov (atomov, molekul), ki sestavljajo snov in imajo vsak svojo hitrost gibanja, torej kinetično energijo. Opis gibanja tako velikega števila gradnikov je otežen, zato vpeljemo makroskopske količine, ki so povezane s povprečnimi lastnostmi (npr. hitrostjo) - ena izmed teh je *notranja energija* W_n. Sistem lahko z okolico izmenja energijo v obliki toplote Q, zato energijski zakon dopolnimo v obliko

$$A + Q = \Delta W_n + \Delta W_k + \Delta W_p + \Delta W_{pr}$$
$$A + Q = \Delta W \, ,$$

kjer ΔW predstavlja spremembo celotne energije sistema. Sistem lahko z okolico izmenja toploto Q ali delo A, kar povzroči spremembo celotne energije sistema.



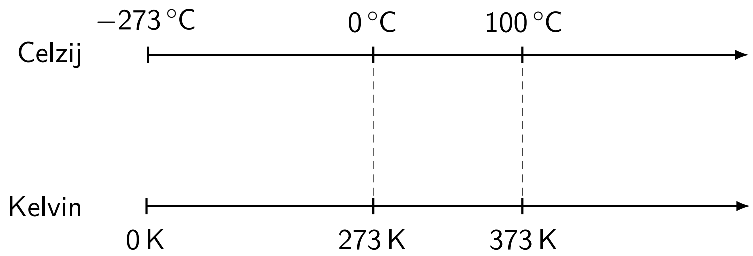
Pri segrevanju/ohlajanju se izmenja toplota

$$Q = mc\Delta T \, , \qquad c \ldots \text{specifična toplota}$$
$$[c] = \frac{\text{J}}{\text{kg K}} \, ,$$

kjer je ΔT sprememba temperature v enotah *kelvinov* ($[\Delta T] = \text{K}$). Specifična toplota c je toplota potrebna, da snov z maso 1 kg segrejemo za 1 K in je na primer za vodo enaka $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4200\,\frac{\text{J}}{\text{kg K}}$.

Temperatur. skala

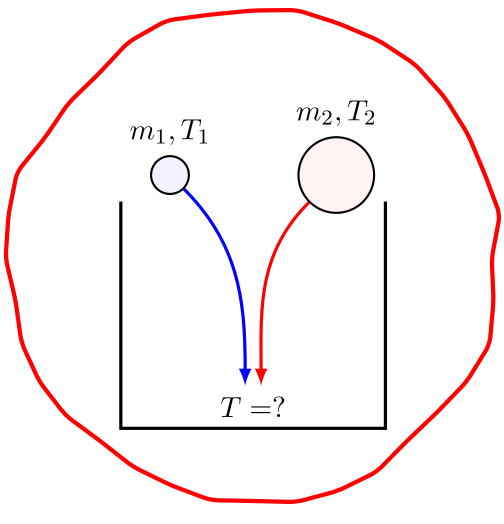
Temperaturna skala Temperaturo T podajamo v različnih skalah, najbolj znana je *Celzijeva* temperaturna skala, določena kot $0\,^\circ$C za tališče ledu in $100\,^\circ$C za vrelišče vode (oboje pri tlaku 1 bar). V fiziki se uporablja *absolutna* oz *Kelvinova* temperaturna skala. Sprememba temperature za $1\,^\circ$C ustreza spremembi temperature 1 K. Velja še $0\,^\circ\text{C} = 273\,\text{K}$ in zato tudi $100\,^\circ\text{C} = 373\,\text{K}$. Absolutna ničla 0 K bi ustrezala popolnoma statičnim (torej brez kinetične energije) gradnikom snovi, kar pa ni dosegljivo (npr. najnižja temperatura dosežena v laboratoriju je okoli $T_{min} = 10^{-10}\,\text{K}$).



Stara enota za toploto (in s tem energijo) je *kilokalorija* (kcal) in je definirana kot energija (toplota) potrebna za segretje 1 kg vode za 1 K

$$Q = mc\Delta T = 1\,\text{kg} \cdot 4200\,\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \cdot 1\,\text{K} = 4200\,\text{J} = 1\,\text{kcal}\,.$$

Uporablja se tudi "prehrambena kalorija" (Cal) za katero velja 1 Cal = 1 kcal.
Poglejmo sedaj primer izračuna končne temperature T vode, pri mešanju $m_1 = 1\,\text{kg}$ hladne vode s temperaturo $T_1 = 20\,^\circ$C in $m_2 = 2\,\text{kg}$ vroče vode s temperaturo $T_2 = 80\,^\circ$C. Hladno in vročo vodo nalijemo v izolirano čašo, kar pomeni da se sistemu notranja energija ne spremeni.



izolacija

Zapišemo lahko

$$\begin{aligned}
Q_1 + Q_2 = 0 \quad &\Rightarrow \quad Q_1 = -Q_2 \\
m_1 c(T - T_1) &= -m_2 c(T - T_2) \\
T(m_1 + m_2) &= m_1 T_1 + m_2 T_2 \\
T &= \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}
\end{aligned}$$

kjer smo s Q_1 in Q_2 označili izmenjano toploto hladne oz. vroče vode. Dobimo torej

$$\begin{aligned} T &= \frac{1\,\mathrm{kg}\cdot 293\,\mathrm{K} + 2\,\mathrm{kg}\cdot 353\,\mathrm{K}}{1\,\mathrm{kg} + 2\,\mathrm{kg}} \\ &= 333\,\mathrm{K} = 60\,{}^\circ\mathrm{C}\,. \end{aligned}$$

Utajena toplota

Pri *faznih prehodih* (npr. taljenju, izparevanju, ...) se temperatura sistema ne spreminja. Izmenjana toplota Q je takrat enaka

$$Q = mq, \qquad q\ldots \text{utajena (latentna) toplota}, \; [q] = \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg}}\,.$$

Utajena toplota pri taljenju in zamrzovanju je enaka in jo imenujemo *talilna toplota* (q_t), prav tako je utajena toplota enaka pri izparevanju in kondenzaciji - takrat jo imenujemo *izparilna toplota* (q_i). Za vodo je na primer talilna toplota enaka $q_t = 336\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$, izparilna pa $q_i = 2.26\,\frac{\mathrm{MJ}}{\mathrm{kg}}$.

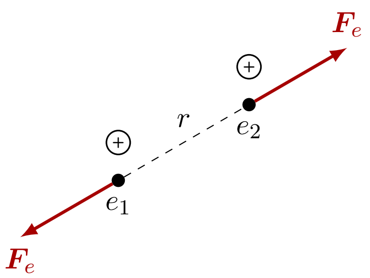
Koliko toplote moramo dovesti kocki ledu z maso $m = 10\,\mathrm{g}$ pri temperaturi $T_1 = -20\,{}^\circ\mathrm{C}$, da jo stalimo? Najprej jo moramo segreti do temperature tališča $T = 0\,{}^\circ\mathrm{C}$ (dovedena toplota Q_1) nato pa jo stalimo (fazni prehod) z dovajanjem toplote Q_2. Skupna dovedena toplota Q je

$$\begin{aligned} Q = Q_1 + Q_2 = mc(T - T_1) + mq_t &= m\Big(c(T - T_1) + q_t\Big) \\ &= 10\,\mathrm{g}\big(4200\,\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kg\,K}}\cdot 20\,\mathrm{K} + 336\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}\big) \\ &= 10\,\mathrm{g}\cdot 420\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}} = 4200\,\mathrm{J}\,. \end{aligned}$$

7 Električna in gravitacijska sila

Električna sila

Električna sila Električna sila F_e je sila med električno nabitimi delci (oz. snovjo), ki imajo električni naboj e (enote $[e] = \mathrm{A\,s}$, amper sekunde, tudi $[e] = \mathrm{C}$, kulomb). Naboj je lahko pozitiven ali negativen. Za par točkastih pozitivno nabitih nabojev imamo na primer električno silo



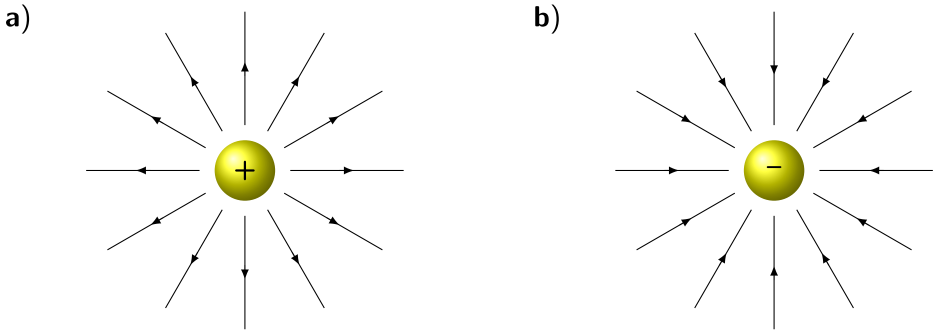
$$F_e = \frac{e_1 e_2}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$
$$\varepsilon_0 = 8.85\cdot 10^{-12}\,\frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{V\,m}}\,,$$

kjer je ε_0 *influenčna konstanta*. Če nas zanima samo velikost sile F_e, v enačbi upoštevamo absolutno vrednost nabojev e_1 in e_2 (torej vedno s pozitivnimi predznaki). Med enako nabitimi točkastimi naboji je električna sila odbojna (kakor na skici zgoraj), med različno nabitimi točkastimi naboji pa je privlačna in deluje vzdolž smeri, ki jo določa povezovalna črta med nabojema. Osnovni naboj e_0 je enak $e_0 = 1.6\cdot 10^{-19}\,\mathrm{A\,s}$, tako imajo na primer *elektroni* naboj $e = -e_0$. Točkasti naboji lahko nosijo le cel večkratnik osnovnega naboja e_0 - tako na primer ne morejo imeti polovice osnovnega naboja.

Vsak točkast naboj v prostoru ustvari *električno polje* z električno poljsko jakostjo $\boldsymbol{E}$

$$F_e = e_2 E_1 , \qquad \boldsymbol{E}_1 = \frac{\boldsymbol{F}_e}{e_2}$$
$$E_1 = \frac{e_1}{4\pi\varepsilon_0 r^2} , \qquad [E] = \frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}} .$$

Električna sila deluje "na daljavo" preko električnega polja. Električno polje je usmerjeno (vektorsko) polje – za pozitivno nabiti točkasti naboj je usmerjeno radialno navzven, za negativno nabiti točkasti naboj pa radialno navznoter.



Slika 12: Električno polje $\boldsymbol{E}$ za pozitivno nabiti točkasti naboj (a) ter negativno nabiti točkasti naboj (b).

Če želimo točkasti naboj e v električnem polju $\boldsymbol{E}$ premakniti za razdaljo $\Delta\boldsymbol{r}$, bomo opravili delo

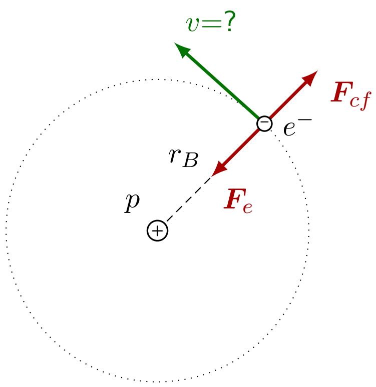
$$A = \boldsymbol{F}\cdot\Delta\boldsymbol{r} = -\boldsymbol{F}_e\cdot\Delta\boldsymbol{r}$$
$$= -e\boldsymbol{E}\cdot\boldsymbol{r} = \Delta W_e ,$$

kjer je ΔW_e sprememba *električne potencialne energije*. Uvedemo tudi *električno napetost* U kot

$$U = \frac{\Delta W_e}{e} = -\boldsymbol{E}\cdot\Delta\boldsymbol{r} , \qquad [U] = \mathrm{V} .$$

Električno napetost vedno merimo med dvema točkama.

Poglejmo primer izračuna hitrosti elektrona e^- na orbiti okoli protona p v atomu vodika v klasični sliki, skica spodaj.



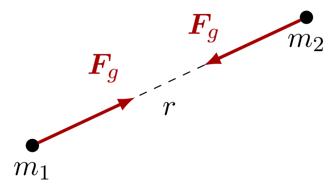
Na elektron v radialni smeri poleg privlačne električne sile F_e deluje še nasprotno enaka *centrifugalna* sila F_{cf}, ki je posledica kroženja elektrona. Vsota vseh sil v radialni smeri je enaka 0, saj se elektron v radialni smeri ne giblje. Zapišemo lahko

$$
\begin{aligned}
F_e &= F_{cf} \\
\frac{e_0^2}{4\pi\varepsilon_0 r_B^2} &= m_e \frac{v^2}{r_B} \\
v &= \sqrt{\frac{r_0^2}{4\pi\varepsilon_0 r_B} \frac{1}{m_e}} \,,
\end{aligned}
$$

kjer je $r_B = 53\,\mathrm{pm}$ *Bohrov* radij, $m_e = 9.1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$ masa elektrona ter $e_0 = 1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{A\,s}$ osnovni naboj elektrona. Radialni pospešek kot posledica kroženja elektrona je enak $a_r = \frac{v^2}{r_B} = \omega^2 r_B$. Vstavimo podatke v enačbo za hitrost elektrona v in dobimo rezultat $v = 2.2 \cdot 10^6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, kar je skoraj 1 % svetlobne hitrosti.

Gravitacijska sila

Gravitacijska sila Gravitacijska sila F_g je vedno privlačna sila med telesi. Za točkasti masi m_1 in m_2 na medsebojni razdalji r velja



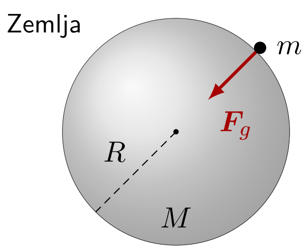
$$
\begin{aligned}
F_g &= G \frac{m_1 m_2}{r^2} \\
G &= 6.67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{kg^2}} \,,
\end{aligned}
$$

Težnostni pospešek

kjer je G gravitacijska konstanta. S pomočjo enačbe za gravitacijsko silo lahko izračunamo gravitacijski (težnostni) pospešek g na površini Zemlje. Na točkasto maso m tik ob površini Zemlje, na oddaljenosti R od središča (težišča), kjer je $R = 6400\,\mathrm{km}$ radij Zemlje, deluje gravitacijska sila F_g

$$
F_g = G \frac{Mm}{R^2} \,,
$$

kjer smo z $M = 6 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}$ označili maso Zemlje. Gravitacijska sila F_g je po 2. Newtonovem zakonu enaka mg, kjer smo pospešek a označili s črko g, da izpostavimo poseben pomen (težnostnega) pospeška. Dobimo torej



$$
\begin{aligned}
F_g &= G \frac{Mm}{R^2} = mg \\
g &= G \frac{M}{R^2} \\
&= 6.67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{kg^2}} \frac{6 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{(6400\,\mathrm{km})^2} = 9.8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}} \,.
\end{aligned}
$$

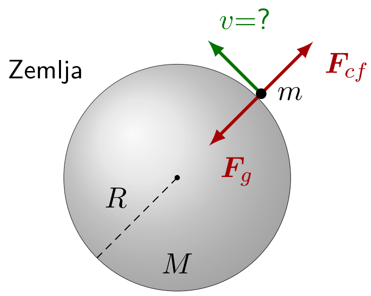
To je pospešek s katerim bi telo padalo tik ob površini Zemlje in je neodvisno od mase m telesa – kilogramska utež bo padala z enakim pospeškom kot lahko pero. Seveda smo tukaj zanemarili vpliv atmosfere (zračni upor) na gibanje teles. Težnostni pospešek g je odvisen od oddaljenosti h od Zemljine površine kot

$$
\begin{aligned}
g(h) &= G \frac{M}{(R+h)^2} = G \frac{M}{R^2 \left(1 + \frac{h}{R}\right)^2} \\
&\approx G \frac{M}{R^2} \left(1 - 2\frac{h}{R}\right) = g_0 \left(1 - 2\frac{h}{R}\right) \,,
\end{aligned}
$$

kjer smo z g_0 označili težnostni pospešek tik ob površini ($h = 0$).

Prva kozmična hitrost

Poglejmo še dva primera. Zanima nas hitrost satelita, ki kroži okoli Zemlje enakomerno (s konstantno obodno hitrostjo v) tik nad površino Zemlje, torej na oddaljenosti R. Problem je zelo podoben primeru obodne hitrosti elektrona v atomu vodika, le da tokrat opazujemo vpliv gravitacijske sile F_g, zaradi privlaka Zemlje na satelit z maso m. Dobimo

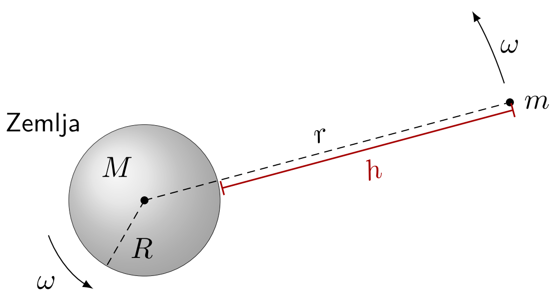


$$F_g = F_{cf}$$
$$G\frac{Mm}{R^2} = m\frac{v^2}{R} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$
$$v = \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11}\,\frac{\mathrm{N\,m^2}}{\mathrm{kg^2}}\,\frac{6 \cdot 10^{24}\,\mathrm{kg}}{6400\,\mathrm{km}}}$$
$$v = v_I = 7.9\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}\ .$$

Hitrost $v_I = 7.9\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{s}}$ imenujemo *prva kozmična hitrost* in je hitrost, ki je potrebna, da neko telo (npr. satelit) kroži okoli Zemlje po orbiti z radijem R. Če torej satelit izstrelimo v tangentni smeri s hitrostjo manjšo kot v_I, ne bo dosegel orbite okoli Zemlje, temveč bo padel nazaj na površino, saj bo v tem primeru centrifugalna sila manjša od gravitacijske sile in bo zato v radialni smeri deloval radialni pospešek v smeri proti središču Zemlje.

Geostac. satelit

Pri drugem primeru nas zanima na kakšni oddaljenosti h od zemljine površine mora krožiti *geostacionarni* satelit, to je satelit, ki ima obhodni čas enak $t_0 = 24\,\mathrm{h}$. Za takšen satelit je značilno, da se pri kroženju okoli Zemlje ves čas nahaja nad isto točko na Zemlji (Zemlja in satelit se gibljeta z enako kotno hitrostjo ω), slika (13).



Slika 13: Skica k izračunu oddaljenosti geostacionarnega satelita od Zemlje.

Ponovno velja, da je centrifugalna sila enaka gravitacijski sili, torej

$$F_g = F_{cf}$$
$$G\frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r \quad \Rightarrow \quad r^3 = \frac{GM}{\omega^2}$$
$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{t_0}$$
$$r^3 = \frac{GM}{4\pi^2}t_0^2 \quad \Rightarrow \quad r = \sqrt[3]{\frac{GM}{4\pi^2}t_0^2}\ .$$

Oddaljenost r med težiščema Zemlje in satelita je potem enaka

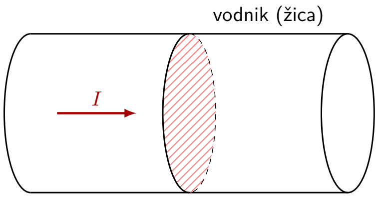
$$r = 42\,300\,\mathrm{km}$$

ter višina geostacionarnega satelita nad površino

$$h = r - R = 35\,900\,\mathrm{km}\ .$$

8 Električni tok

Električni tok I definiramo kot količino električnega naboja Δe, ki preide skozi dani presek vodnika v času Δt, torej

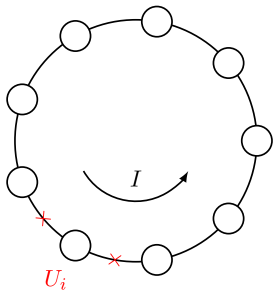


$$I = \frac{\Delta e}{\Delta t}, \quad [I] = \frac{[\Delta e]}{[\Delta t]} = \frac{\mathrm{A\,s}}{\mathrm{s}} = \mathrm{A} \quad (\text{amper})\,. \tag{7}$$

Električni tok opazujemo in ga izkoriščamo v električnih vezjih - to so z električnimi vodniki (npr. žice) povezani elektronski elementi, kot upori, generatorji napetosti/toka (npr. baterije), kondenzatorji, tuljave, ipd. V električnih vezjih veljata dva Kirchhoffova zakona

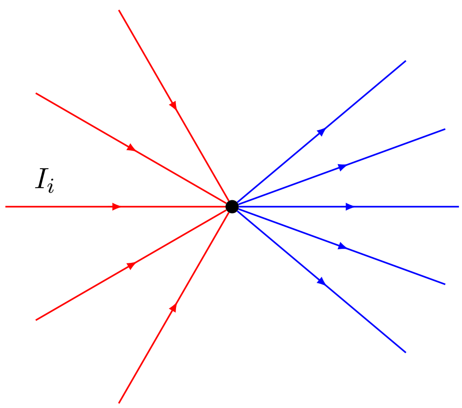
Kirchhoffova zakona

1. Kirchhoffov zakon V vsakem sklenjenem tokokrogu je vsota vseh padcev napetosti U_i enaka 0. Padci napetosti U_i so (v smeri toka) negativni na električnih porabnikih (upori, kondenzatorji, ipd.) in pozitivni na napetostnih generatorjih (baterije, ipd.)



$$\sum_i U_i = 0\,. \tag{8}$$

2. Kirchhoffov zakon Vsota tokov I_i, ki pritekajo v vozlišče in tokov, ki odtekajo iz vozlišča je enaka 0. Pritekajoči tokovi so pozitivni, odtekajoči pa negativni



$$\sum_i I_i = 0\,. \tag{9}$$

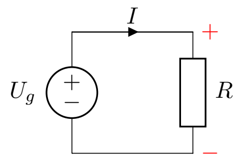
Ohmov zakon

Ohmov zakon Za upornik z uporom R vezanim v tokokrog z izvirom napetosti U_g, velja *Ohmov zakon*

$$U = RI\,, \tag{10}$$

kjer je U padec napetosti na uporu in je po 1. Kirchhoffovem zakonu v zgornjem tokokrogu enaka gonilni napetosti U_g

$$\sum_i U_i = U_g - U = 0 \quad \Rightarrow \quad U = U_g\,. \tag{11}$$



Slika 14: Skica k Ohmovemu zakonu.

Uvedemo upor R upornika kot razmerja padca napetosti U na uporniku in toka I skozi upornik

$$R = \frac{U}{I}, \quad [R] = \frac{\mathsf{V}}{\mathsf{A}} = \Omega \quad \text{(ohm)} . \tag{12}$$

El. moč

Električna moč na uporniku P se izrazi iz definicije moči kot (električno) delo A_e opravljeno v času Δt, torej

$$P = \frac{A_e}{\Delta t} = \frac{\Delta W_e}{\Delta t} = U\frac{\Delta e}{\Delta t} , \tag{13}$$

kjer smo upoštevali, da je električno delo A_e enako spremembi električne potencialne energije, ta pa je enaka produktu napetosti U in spremembi naboja Δe. V razmerju $\frac{\Delta e}{\Delta t}$ prepoznamo definicijo električnega toka I in zato lahko za moč na uporniku zapišemo

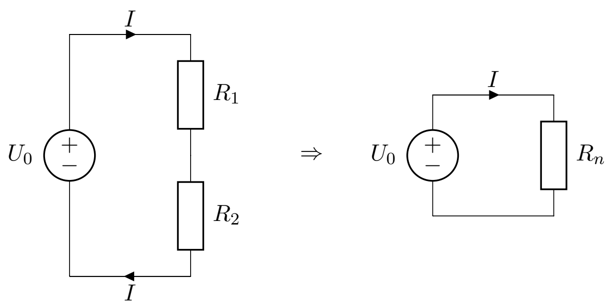
$$P = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R} , \quad [P] = [UI] = \mathsf{VA} = \mathsf{W} \tag{14}$$

in še za opravljeno električno delo, oziroma spremembo električne potencialne energije

$$A_e = \Delta W_e = P\Delta t , \quad [A_e] = [W_e] = [P\Delta t] = \mathsf{V\,A\,s} = \mathsf{J} . \tag{15}$$

Zaporedna in vzporedna vezava

Zaporedna in vzporedna vezava upornikov Zanima nas kako upoštevamo upornosti večih upornikov z različnimi upornostmi v primeru zaporedne in vzporedne vezave. Pri **zaporedni** vezavi



Slika 15: (levo) Zaporedna vezava dveh upornikov z različnima upornostima. (desno) Ekvivalentno vezje z nadomestnim uporom R_n. V ekvivalentnem (včasih tudi nadomestnem) vezju sta gonilna napetost U_0 in tok I enaka izhodiščnemu vezju na levi.

je tok skozi upornika enak. Po 1. Kirchhoffovem zakonu je v vsakem zaključenem tokokrogu (zanki) vsota padcev napetosti na porabnikih (v tem primeru upornikih) enaka gonilni napetosti (napetosti izvora), torej

$$U_0 - U_1 - U_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad U_0 = U_1 + U_2 , \tag{16}$$

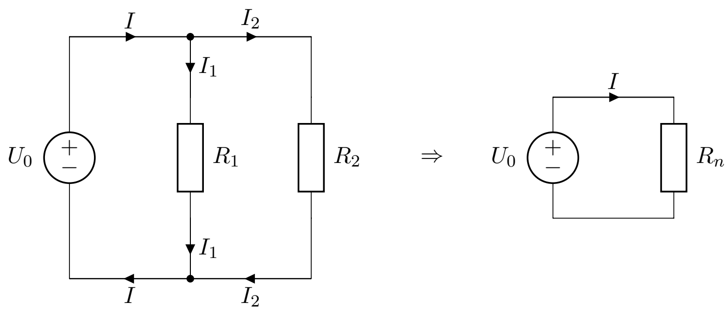
kjer sta U_1 in U_2 padca napetosti na uporniku z uporom R_1 oziroma R_2. Po Ohmovem zakonu je padec napetosti na uporniku enak $U_1 = R_1 I$ in podobno za drugi upornik, zato lahko zapišemo

$$U_0 = U_1 + U_2 = R_1 I + R_2 I = (R_1 + R_2)I = R_n I , \quad R_n = R_1 + R_2 \tag{17}$$

kjer smo z R_n uvedli nadomestni upor v ekvivalentnem (nadomestnem) vezju. Vrednost R_n nam pove s kakšnim uporom naj nadomestimo obstoječa upornika tako, da se lastnosti vezja (napetost, tok) ne spremenijo. Vidimo torej, da se v primeru **zaporedne** vezave upornikov njihovi uporu seštevajo

$$R_n = R_1 + R_2, \quad \text{in v splošnem za več upornikov: } R_n = \sum_i R_i \,. \tag{18}$$

Pri **vzporedni** vezavi dveh upornikov z različnima uporoma, slika (16), je padec napetosti na



Slika 16: (levo) Vzporedna vezava upornikov z upornostima R_1 in R_2. Tokova I_1 in I_2 skozi posamezen upornik sta v splošnem različna, medtem ko je padec napetosti na obeh upornikih enak. (desno) Ekvivalentno vezje z nadomestnim uporom R_n.

vsakem izmed uporov enak gonilni napetosti U_0, tokova skozi upornika pa sta v splošnem različna. Po 2. Kirchhoffovem zakonu lahko za tok I pritekajoč v vozlišče in tokova I_1 in I_2 odtekajoča iz vozlišča zapišemo

$$I - I_1 - I_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad I = I_1 + I_2 \,. \tag{19}$$

Ob upoštevanju Ohmovega zakona dobimo naprej

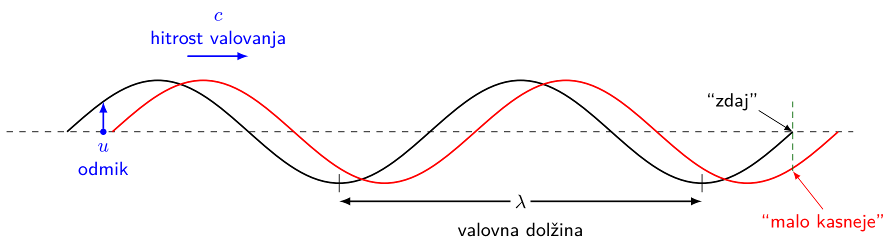
$$I = I_1 + I_2 = \frac{U_0}{R_1} + \frac{U_0}{R_2} = U_0\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) = \frac{U_0}{R_n} \,, \quad \frac{1}{R_n} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \,. \tag{20}$$

Pokazali smo torej, da se v primeru **vzporedne** vezave upornikov njihovi upori seštevajo kot

$$\frac{1}{R_n} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \,, \quad \text{in v splošnem za več upornikov: } \frac{1}{R_n} = \sum_i \frac{1}{R_i} \,. \tag{21}$$

9 Valovanje

Valovanje srečamo v naravi zelo pogosto, npr. na vodni površini, vpeti struni, zvok je valovanje, ipd.



Slika 17: Primer transverzalnega valovanja - odmik $\boldsymbol{u}$ je pravokoten glede na smer širjenja valovanja podanega s smerjo vektorja hitrosti valovanja $\boldsymbol{c}$.

Pri valovanju uvedemo frekvenco ν, ki nam meri število nihajev (ponovitev) v časovnem intervalu

$$\nu = \frac{N}{t}, \quad [\nu] = \frac{[N]}{[t]} = \frac{1}{\mathrm{s}} = \mathrm{Hz} \quad \text{(hertz)}. \tag{22}$$

Frekvenca valovanja ν je povezana z nihajnim časom t_0 kot

$$\nu = \frac{1}{t_0}\ , \tag{23}$$

nihajni čas t_0 je torej čas enega nihaja. Valovna dolžina λ valovanja je povezana s hitrostjo valovanja c in nihajnim časom, oz. frekvenco ν

$$\lambda = ct_0 = \frac{c}{\nu} \quad [\lambda] = [c][t_0] = \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\mathrm{s} = \mathrm{m}\ , \quad \Rightarrow \quad c = \nu\lambda\ . \tag{24}$$

Glede na smer odmika $\boldsymbol{u}$ ločimo

- **transverzalno** valovanje (odmik $\boldsymbol{u}$ je pravokoten glede na smer širjenja valovanja, $\boldsymbol{u} \perp \boldsymbol{c}$): napeta vrv, struna, elektromagnetno valovanje (EMV), potresni valovi, zvok v trdninah, ...
- **longitudinalno** valovanje (odmik $\boldsymbol{u}$ je v smeri valovanja, $\boldsymbol{u} \parallel \boldsymbol{c}$): zvok v zraku, kapljevinah in trdninah, motnja na vzmeti, potresni valovi, ...

Primeri

a) **Valovna dolžina zvoka v območju slišnosti.**
Frekvenčno območje slišnosti je približno enako

$$20\,\mathrm{Hz} < \nu < 20\,\mathrm{kHz}\ , \tag{25}$$

valovno dolžino izračunamo kot $\lambda = \frac{c}{\nu}$, kjer je c hitrost zvoka, ki v normalnih pogojih znaša približno $c = 340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$. Valovna dolžina *infrazvoka* ($\nu = 20\,\mathrm{Hz}$) je potem enaka

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{20\,\mathrm{Hz}} = 17\,\mathrm{m}\ , \tag{26}$$

valovna dolžina *ultrazvoka* ($\nu = 20\,\mathrm{kHz}$) pa je enaka

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{340\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{20\,\mathrm{kHz}} = 17\,\mathrm{mm} = 1.7\,\mathrm{cm}\ . \tag{27}$$

b) **Valovna dolžina elektromagnetnega valovanja (EMV).**
Hitrost EMV valovanja v vakuumu (približno tudi v zraku) je enako $c = 3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (hitrost svetlobe). Za mobilno omrežje imamo podatek o frekvenci $\nu = 1800\,\mathrm{MHz}$, zato je valovna dolžina enaka

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1800\,\mathrm{MHz}} = \frac{3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1.8 \cdot 10^9\,\mathrm{Hz}} = 0.166\,\mathrm{m} = 16.6\,\mathrm{cm}\ . \tag{28}$$

Pri FM (frekvenčno moduliranem) radiu je tipična frekvenca $\nu = 100\,\mathrm{MHz}$ in zato valovna dolžina

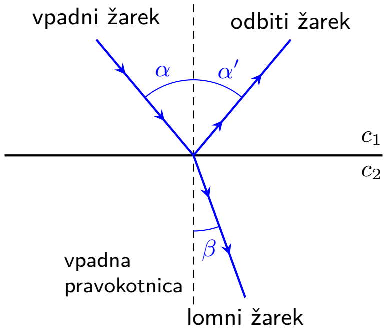
$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{100\,\mathrm{MHz}} = \frac{3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{1 \cdot 10^8\,\mathrm{Hz}} = 3\,\mathrm{m}\ . \tag{29}$$

Pri mikrovalovni pečici je frekvenca EMV valovanja enaka približno $\nu = 2.45\,\mathrm{GHz}$ in tako je valovna dolžina enaka

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2.45\,\mathrm{GHz}} = \frac{3 \cdot 10^8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{2.45 \cdot 10^9\,\mathrm{Hz}} = 0.122\,\mathrm{m} = 12.2\,\mathrm{cm}\ . \tag{30}$$

Odboj in lom

Odboj in lom valovanja na meji med sredstvoma prikazuje slika (18). Vpadni žarek pod kotom α glede na vpadno pravokotnico se odbije pod enakim kotom ($\alpha' = \alpha$), medtem ko se lomnemu žarku kot glede na pravokotnico (β) spremeni v odvisnosti od hitrosti v obeh sredstvih.



- odbojni zakon: $\alpha = \alpha'$
- lomni zakon: $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \dfrac{c_1}{c_2}$

Slika 18: Skica k lomu in odboju valovana na meji med sredstvoma s $c_1 > c_2$.

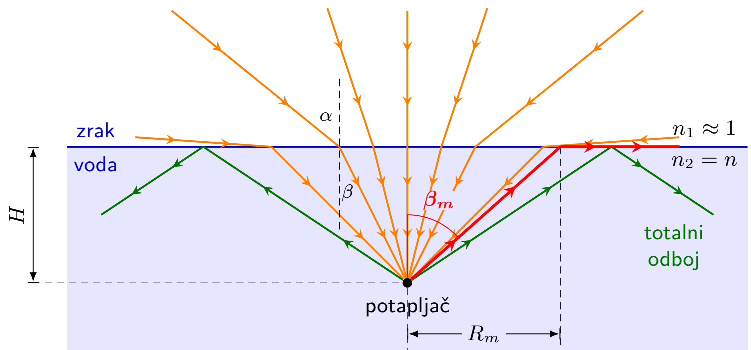
Vpeljemo lomni količnik n (lastnost snovi)

$$n = \frac{c_0}{c} \quad \text{vedno večji od 1 } (c_0 > c)\ , \tag{31}$$

kjer je c_0 hitrost svetlobe v vakuumu, c pa hitrost svetlobe v snovi. Lomni zakon se tako prepiše v

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{c_1}{c_2} = \frac{\frac{c_0}{n_1}}{\frac{c_0}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1}\ . \tag{32}$$

Primer totalnega odboja svetlobe v vodi Zanima nas mejni kot β_m za totalni odboj žarkov pri prehodu iz vode ($n \approx 1.33$) v zrak ($n_1 \approx 1$), slika (19).



Slika 19: Žarki, ki dosežejo potapljača v vodi, totalni odboj in mejni kot β_m za totalni (popolni) odboj. Potapljača torej doseže le svetloba iz območja v obliki kroga z radijem $R_m = H \tan\beta_m$, kjer je H globina potapljača pod vodno površino, oziroma za mejo voda-zrak zaradi $\beta_m \approx 45°$ velja $R_m \approx H$.

Iz lomnega zakona sledi

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_2}{n_1} \approx n\ , \tag{33}$$

pri iskanem mejnem kotu β_m totalnega odboja je $\alpha = 90°$ in zato

$$\frac{\sin 90°}{\sin\beta_m} = \frac{1}{\sin\beta_m} = n = 1.33 \quad \Rightarrow \quad \sin\beta_m = \frac{1}{n} = \frac{1}{1.33} \approx 0.75 \tag{34}$$

in mejni kot

$$\beta_m = \arcsin(0.75) \approx 48.9°\ . \tag{35}$$

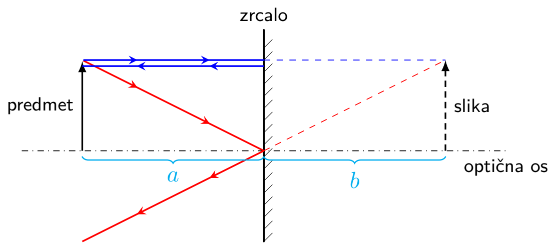
Potapljača na globini H pod vodno površino torej doseže le svetloba iz območja v obliki kroga z radijem $R_m = H \tan \beta_m$, oziroma za mejo voda-zrak zaradi $\beta_m \approx 45°$ velja $R_m \approx H$.

10 Geometrijska optika

Pri geometrijski optiki analiziramo enostavne optične elemente (zrcala, leče), in sicer tako da upoštevamo le lom in odboj svetlobe, uklon zanemarimo. Približek je pravilen kadar so reže in odprtine optičnih naprav veliko večje od valovne dolžine svetlobe. Zanima nas kako optični elementi preslikajo predmet, npr. velikost slike v primerjavi z velikostjo predmeta (povečava), oddaljenost slike od optičnega elementa, ali je slika navidezna ali realna.
Najprej poglejmo enostaven primer za ravno zrcalo.

Ravno zrcalo

Ravno zrcalo Slika (20) prikazuje določitev slike predmeta s pomočjo geometrijske optike in sledenja žarkom za ravno zrcalo. Slika je na nasprotni strani zrcala navidezna (sekajo se podaljški odbitih žarkov), velikost slike je enaka velikosti predmeta, oddaljenost b slike od zrcala je enaka oddaljenosti a predmeta od zrcala, torej $a = b$.



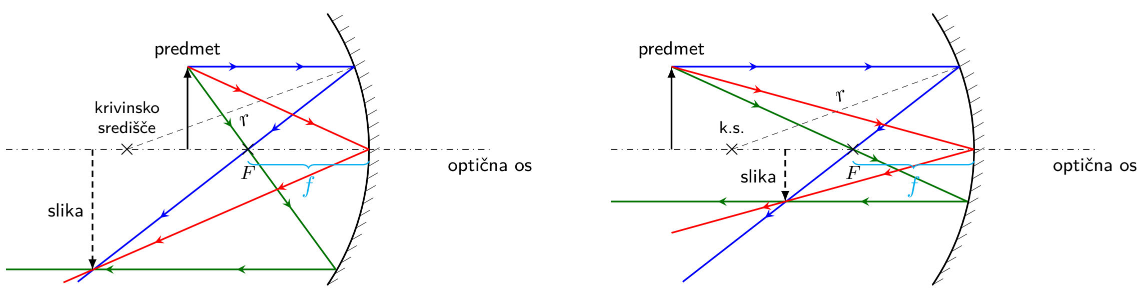
Slika 20: Določitev slike predmeta za ravno zrcalo s pomočjo geometrijske optike in sledenja žarkom.

Vrste žarkov pri preslikavi Pri risanju preslikav si pomagamo s tremi vrstami žarkov, in sicer vzporednim žarkom (ta je vzporeden z optično osjo), temenskim žarkom (ta gre skozi teme optičnega elementa) ter goriščnim žarkom (ta gre skozi gorišče optičnega elementa).

Konkavno zrcalo

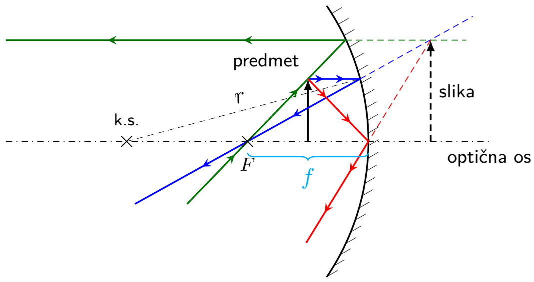
Preslikave s konkavnim zrcalom Slike spodaj kažejo preslikavo predmeta s konkavnim zrcalom s krivinskim radijem r glede na oddaljenost predmeta od temena zrcala. Goriščna razdalja f zrcala je odvisna od njegovega krivinskega radija r, in sicer velja

$$f = \frac{r}{2} \,. \tag{36}$$



Slika 21: (levo) Preslikava predmeta s konkavnim zrcalom na oddaljenosti med goriščem F in krivinskim središčem. (desno) Preslikava predmeta na oddaljenosti večji od krivinskega radija r.

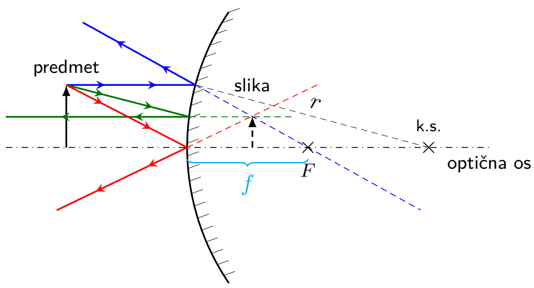
V obeh primerih na sliki (21) sta sliki predmeta realni, saj ju lahko projiciramo na zaslon, oziroma se sekajo žarki sami. Prav tako sta v obeh primerih sliki obrnjeni. Za predmet na oddaljenosti a med goriščem in krivinskim središčem, $f < a < 2f$, je slika povečana (levo), v primeru večje oddaljenosti od krivinskega radija, $a > 2f$, pa je slika pomanjšana (desno).
Na oddaljenosti predmeta bližji od goriščne razdalje konkavnega zrcala, $a < f$, slika (22), je slika navidezna, povečana in ni obrnjena.



Slika 22: Preslikava predmeta s konkavnim zrcalom na oddaljenosti predmeta manjši od goriščne razdalje.

Konveksno zrcalo

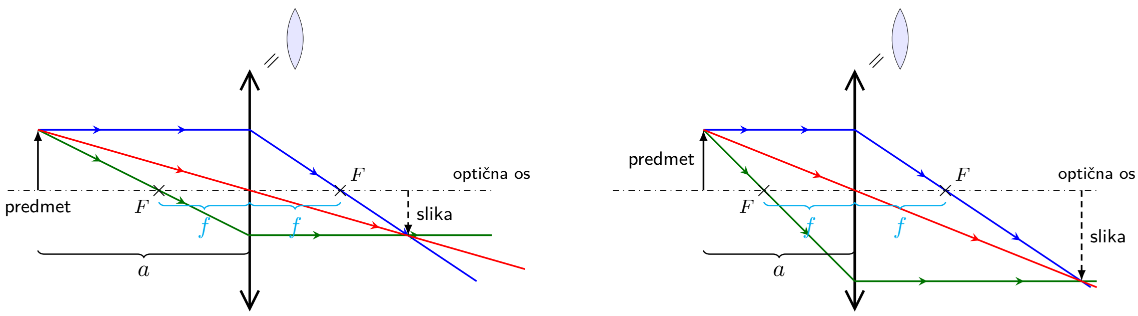
Preslikave s konveksnim zrcalom Slika spodaj kaže preslikavo predmeta s konveksnim zrcalom. Slika je vedno navidezna, pomanjšana in ni obrnjena.



Slika 23: Preslikava predmeta s konveksnim zrcalom. Slika je vedno navidezna, pomanjšana in ni obrnjena.

Zbiralna leča

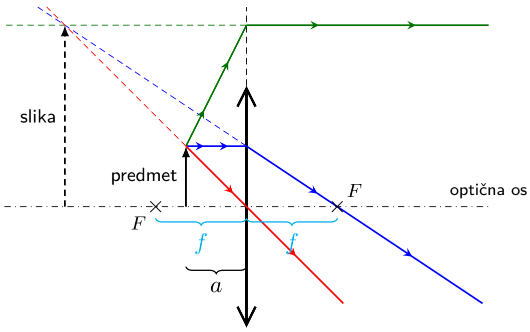
Preslikave z zbiralno (konveksno) lečo V primeru leč predpostavimo, da so te zelo tanke in zato njihove prečne dimenzije zanemarimo. Zaradi preglednosti uvedemo nov simbol za (zbiralno/konveksno) lečo, kot je vidno na sliki (24).



Slika 24: (levo) Preslikava predmeta z zbiralno (konveksno) lečo v primeru $a > 2f$. (desno) Preslikava predmeta v primeru $2f > a > f$.

Iz slike (24) vidimo, da je slika realna in obrnjena, ter v primeru oddaljenost predmeta a od leče večje od $2f$ je slika pomanjšana, v primeru oddaljenosti med $2f$ in f ($2f > a > f$) pa je povečana - v tem primeru je leča uporabna za projeciranje povečane slike na zaslon.

Sedaj premaknemo predmet bližje leči, tako da je njegova oddaljenost od leče manjša od goriščne razdalje ($a < f$), slika (25).

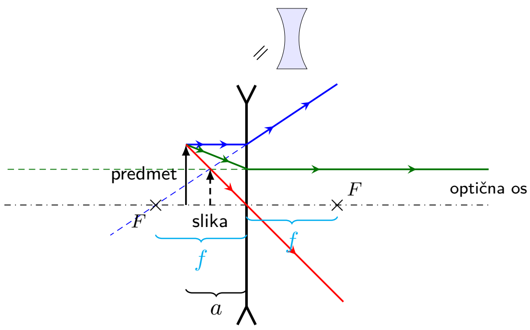


Slika 25: Preslikava predmeta z zbiralno (konveksno) lečo, v primeru ko je predmet bližje leči kot je njena goriščna razdalja ($a < f$).

V tem primeru je slika navidezna (sekajo se podaljški žarkov, slike ne moremo projecirati na zaslon), povečana in ni obrnjena - leča je uporabna kot lupa (npr. kot pripomoček pri branju za povečavo črk).

Razpršilna leča

Preslikave z razpršilno (konkavno) lečo Na sliki (26) je predstavljena preslikava predmeta z razpršilno lečo. Podobno kot za zbiralno (konveksno) lečo uvedemo tudi za razpršilno lečo zaradi preglednosti diagramov poseben simbol. Vidimo, da je slika predmeta vedno navidezna, pomanjšana in ni obrnjena.



Slika 26: Preslikava predmeta z razpršilno (konkavno) lečo.

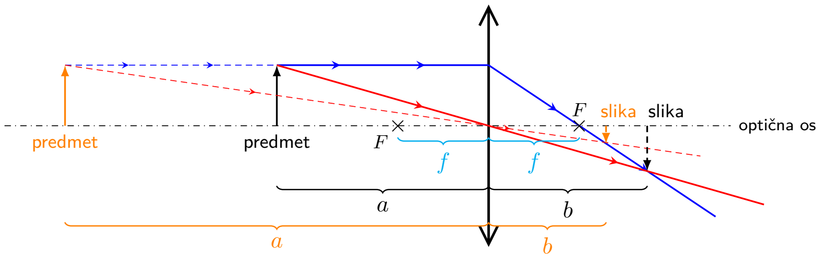
Daljnogled Najbolj enostaven (astronomski) daljnogled sestavimo iz dveh zbiralnih leč. V primeru astronomskih objektov (npr. zvezd) je njihova oddaljenost od objektiva zelo velika, zato slika nastaja v gorišču objektiva, slika (27).
To lahko vidimo tudi, če uporabimo enačbo leče, ki povezuje oddaljenost predmeta a in oddaljenost slike b od leče z goriščno razdaljo leče f. Velja namreč

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \tag{37}$$

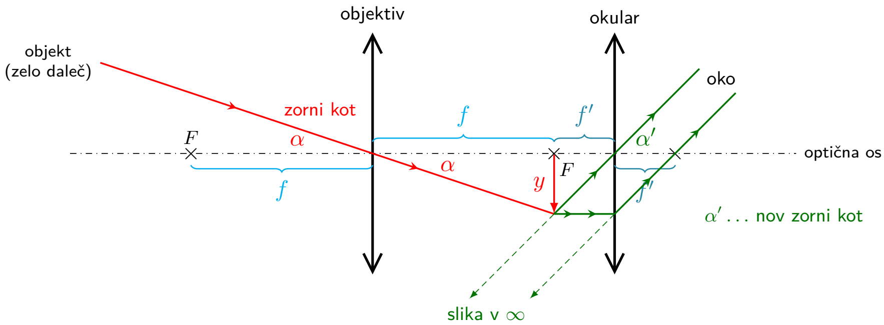
in zato v primeru $a \to \infty \Rightarrow \frac{1}{a} \to 0$

$$\frac{1}{b} = \frac{1}{f} \quad \Rightarrow \quad b = f \, . \tag{38}$$

Astronomski daljnogled potem sestavimo tako, da lega gorišča objektiva (leče bližje predmetu) sovpada z lego gorišča okularja (leče bližje očesu opazovalca), slika (28).



Slika 27: Preslikava zelo oddaljenih predmetov z zbiralno lečo (objektivom). Z večanjem razdalje a se slika predmeta približuje gorišču leče (oranžna barva). V primeru $a \to \infty$ slika nastane v gorišču leče ($b = f$).



Slika 28: Preslikava z astronomskim daljnogledom sestavljenim iz dveh zbiralnih leč.

Zaradi postavitve okularja, kjer njegovo gorišče sovpada z lego slike objekta, ki ga preslika objektiv v svoje gorišče F, je za okular $a' = f'$ in zato iz enačbe leče za okular

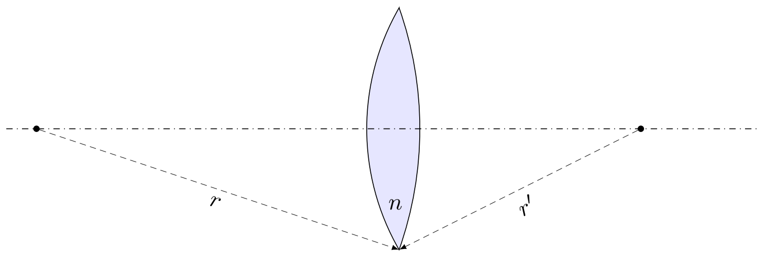
$$\frac{1}{a'} + \frac{1}{b'} = \frac{1}{f'} \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{b'} = 0\,, \quad b' \to \infty\,. \tag{39}$$

Z okularjem torej preslikamo sliko v neskončnost. Povečava daljnogleda je določena s spremembo velikosti zornega kota pod katerim vidimo objekt, oziroma njegovo sliko. Za povečavo N velja

$$N = \frac{\tan\alpha'}{\tan\alpha} = \frac{\frac{y}{f'}}{\frac{y}{f}} = \frac{f}{f'}\,. \tag{40}$$

Značilni amaterski teleskopi imajo povečavo nekaj $10\times$ do nekaj $100\times$.

Goriščna razdalja leče je odvisna od krivinskih radijev leče obeh strani ter lomnega količnika n snovi iz katere je leča (običajno za steklo $n = 1.5$), slika (29).



Slika 29: Skica k enačbi za goriščno razdaljo leče.

Goriščna razdalja f leče je potem podana z enačbo

$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'}\right)\,. \tag{41}$$

Pri lečah vpeljemo tudi "lomnost" $D = \frac{1}{f}$ z enoto $[D] = \frac{1}{\mathrm{m}}$ (dioptrija). Tako je na primer pri kratkovidnosti (slabovidnost na daljavo) potrebna korekcija z očali z negativno dioptrijo (razpršilne leče) in nasprotno pri daljnovidnosti (slabovidnost na bližino), kjer je potrebna korekcija z očali s pozitivno dioptrijo (zbiralne leče).