# Komutativna algebra - 2004/05

## Četrta domača naloga

Izdelane naloge oddajte do 26. maja 2005.

Naj bo $k$ algebraično zaprt komutativen obseg s karakteristiko 0.

1. Kateri od naslednjih kolobarjev imajo Cohen-Macaulayjevo lastnost:
   (a) $k[x, y, z]/\langle xy, yz\rangle$,
   (b) $k[x, y, z]/\langle xy, yz, xz\rangle$,
   (c) $k[x, y]/\langle xy, y^2\rangle$,
   (d) $k[x, y]/\langle x^2, y^2\rangle$,
   (e) $k[x, y]/\langle y^4 - y^2, xy^3 - xy, x^3y - xy, x^4 - x^2\rangle$.

2. Naj bo $I$ homogen ideal v kolobarju $k[x_1, x_2, \ldots, x_n]$. Pokaži, da ima $k[x_1, x_2, \ldots, x_n]/I$ Cohen-Macaulayjevo lastnost natanko tedaj, ko ima to lastnost kolobar $k[x_1, x_2, \ldots, x_n]_{\langle x_1, x_2, \ldots, x_n\rangle}/I$.

3. Pokaži, da ima podkolobar $A = k[s^3, s^2t, st^2, t^3]$ v kolobarju $k[s, t]$ Cohen-Macaulayjevo lastnost. (Nasvet: Poišči tak homogen ideal $I$ v $k[x_1, x_2, x_3, x_4]$, da bo $A$ izomorfen $k[x_1, x_2, x_3, x_4]/I$ in uporabi rezultat iz prejšnje naloge.)

4. Pokaži, da podkolobar $A = k[s^4, s^3t, st^3, t^4]$ v kolobarju $k[s, t]$ nima Cohen-Macaulayjeve lastnosti.