Konveksnost - 2. semester, 2006/07

Prva domača naloga

Rešitve oddajte do 30. 3. 2007.

1. Naj bo $K \subset \mathbb{R}^d$ zaprta konveksna množica. Pokaži, da v $\mathbb{R}^d$ obstaja en sam tak vektorski podprostor L maksimalne dimenzije, da je $a+L \subset K$ za nek $a \in \mathbb{R}^d$. Če je L' komplement za L v $\mathbb{R}^d$, potem pokaži, da velja $K = L + (K \cap L')$.

   V primeru, da je K poliederska množica podana kot presek zaprtih polprostorov $\{x \in \mathbb{R}^d;\ (x, u_i) \geq \alpha_i\}$, $i = 1, 2, \ldots, m$, potem pokaži, da je L enak preseku hiperravnin $\{x \in \mathbb{R}^d;\ (x, u_i) = 0\}$, $i = 1, 2, \ldots, m$.

2. Naj bo P konveksen politop in $A \subset \mathcal{F}_0(P)$. Pokaži, da je $\mathrm{conv}\,(A)$ lice politopa P natanko tedaj, ko velja $\mathrm{Af\,(A)} \cap \mathrm{conv\,(\mathcal{F}_0(P) \backslash A)} = \emptyset$.

3. V $\mathbb{R}^d$ je dan konveksen politop P dimenzije d in njegovo oglišče x. Privzemimo, da je x vsebovan v hiperravnini H in da eden od zaprtih polprostorov H^+ določenih s H vsebuje vse robove poliedra P, ki imajo eno od krajišč v x. Pokaži, da je po tem H nosilna hiperravnina za P in da je $P \subset H^+$.

4. Poišči vse Schleglove 2-diagrame s 5 in 6 oglišči in pokaži, da obstajata 2 kombinatorična tipa 3-politopov s 5 oglišči in 7 kombinatoričnih tipov 3-politopov s 6 oglišči.