4. poskusni kolokvij iz LINEARNE ALGEBRE

11. maj 2004

Vpisna številka: Ime in priimek:

1. Za dano $n \times n$ matriko A obstaja naravno število k za katero velja

$$A^k = 0.$$

Dokaži, da so vse lastne vrednosti matrike A enake 0.
S pomočjo tega zapiši krakteristični polinom za A.

2. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} -11 & -8 & 0 \\ 12 & 9 & 0 \\ 24 & 18 & -1 \end{bmatrix}.$$

Izračunaj A^{100}.

3. Pokaži, da je

$$< \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} >= 2xa + xb + ya + yb$$

skalarni produkt na vektorskem prostoru $\mathbb{R}^2$. Poišči kako ortonormirano bazo prostora $\mathbb{R}^2$.

4. Vektorski prostor $\mathbb{R}_2[x]$ je opremljen s skalarnim produktom

$$< p, q >= p(0)q(0) + p(1)q(1) + p(-1)q(-1).$$

Funkcional $f : \mathbb{R}_2[x] \to \mathbb{R}$ je podan s predpisom

$$f(p) = \int_0^1 xp(x)\,dx.$$

Poišči polinom $r(x)$ tako da velja

$$f(p) =< p, r > \quad \text{za vsak polinom } \; p(x).$$