4. Kolokvij iz Matematike 3

FMF, Praktična matematika
25. 5. 2004

1. (30) Uporabi navedeni substituciji, reduciraj do Besselove diferencialne enačbe in splošno rešitev izrazi s pomočjo Besselovih funkcij.

$$x^2y'' - 5xy' + 9(x^6 - 8)y = 0, \quad (y = x^3u, x^3 = z).$$

   Namig: $u(x) = u(\sqrt[3]{z}) = U(z)$.

2. (30) Reši toplotno enačbo za palico z izoliranima krajiščema. Karakteristike palice so $L = \pi, c = 1, f(x) = \sin(2x)$.
   Namig: $\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}(\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta))$.

3. (40) Reši valovno enačbo za vpeto pravokotno membrano s $c = 1$, stranicama $a = 1, b = 2$, z "začetno obliko" $f(x, y) = xy(x-1)(y-2)$ ter "začetno hitrostjo" $g(x, y) \equiv 0$.

....

- **Nihanje vpete pravokotne membrane**

$$u = u(x, y, t),\ \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right),$$

$$u(0, y, t) = 0, u(a, y, t) = 0, u(x, 0, t) = 0, u(x, b, t) = 0,$$

$$u(x, y, 0) = f(x, y), \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, 0) = g(x, y).$$

- **Toplotna enačba za palico z izoliranima krajiščema**

$$u = u(x, t),\ \frac{\partial u}{\partial t} = c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial t}(0, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial t}(L, t) = 0, u(x, 0) = f(x).$$