1. Kolokvij iz Matematike 3

FMF, Praktična matematika
27.11.2002

1. Naloga [25] Reši diferencialno enačbo, če veš, da je integrirajoči množitelj odvisen le od produkta xy, tj. $M(x,y) = f(xy)$.

$$(xy^4 + 2x^2y^2)dx + (3x^2y^3 + x^3y) = 0.$$

2. Naloga [25] Poišči družino ortogonalnih trajektorij k dani družini krivulj

$$x = Ce^{-y^2}.$$

3. Naloga [25] Poišči splošno rešitev enačbe

$$y''' + 3y'' + 3y' + y = 16e^x + x + 3.$$

4. Naloga [25] Po "RLC" električnem nihajnem krogu poganjamo izmenični tok z napetostjo $U(t) = 100\cos 2t$ $[V]$. Upor upornika je $R = 16$ $[\Omega]$, kapacitivnost kondenzatorja je $C = \frac{1}{8}$ $[F]$ in induktivnost tuljave $L = 8$ $[H]$. Kako se tok spreminja s časom, če privzamemo, da sta na začetku (ob času 0) tako tok kakor naboj v nihajnem krogu enaka 0?

Fizikalni poduk. Na podlagi Kirchoffovega zakona zaključimo, da velja

$$U_R(t) + U_C(t) + U_L(t) = U(t),$$

kjer U_R, U_C, U_L v tem vrstnem redu označujejo padce napetosti na uporniku, kondenzatorju in tuljavi. Vemo naslednje:

$$U_R(t) = RI(t),$$
$$U_L(t) = L\frac{dI}{dt} = LI'(t),$$
$$I(t) = C\frac{dU_C}{dt} \therefore U_C(t) = \frac{1}{C}\int_0^t I(\tau)d\tau + \frac{e_0}{C}, \text{ kjer je } e_0 \text{ naboj ob času 0.}$$

Torej velja

$$RI(t) + \frac{1}{C}\int_0^t I(\tau)d\tau + \frac{e_0}{C} + LI'(t) = U(t).$$

Iščemo torej $I(t)$. Začetni pogoji so $I(0) = 0, e_0 = 0$, od koder s pomočjo gornje enačbe zlahka dobimo $I'(0)$.