

Izpit iz GEOMETRIJE

12. april 2005

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. V afini ravnini nad obsegom \mathcal{O} so dane tri nekolinearne točke A , B in C . Naj bo a premica skozi A vzporedna z \overline{BC} , b premica skozi B vzporedna z \overline{AC} in c premica skozi C vzporedna z \overline{AB} . Pokaži, da se premice a , b in c sekajo v eni točki natanko tedaj, ko je karakteristika \mathcal{O} enaka 2.

2. V projektivni ravnini so dane premice

$$p_1 : x - y - z = 0,$$

$$p_2 : x + 2y - 2z = 0,$$

$$p_3 : 3x + ay - 4z = 0.$$

Določi parameter a in enačbo premice p_4 tako, da bodo premice p_1, p_2, p_3 in p_4 tvorile harmonično četverko.

3. Dani sta dve projektivnosti η in ϱ na premici $\mathbf{P}(\mathbb{C}^2)$, obe različni od identične preslikave. Pokaži, da komutirata natanko tedaj, ko imata bodisi iste negibne točke bodisi imata vsaka po dve negibni točki in te štiri točke tvorijo harmonično četrverko.

4. Na neprazni neizrojeni stožnici \mathcal{S} v projektivni ravnini so dane štiri različne točke A, B, C in D . S t_T označimo tangento v točki $T \in \mathcal{S}$. Pokaži, da so točke $\overline{AC} \cap \overline{BD}$, $\overline{AD} \cap \overline{BC}$, $t_A \cap t_B$ in $t_C \cap t_D$ kolinearne. Kaj je pol premice, ki jo določajo te štiri točke?