Izpit iz GEOMETRIJE

1. september 2005

Vpisna številka:

Ime in priimek:

1. V realni afini ravnini $\mathbb{R}^2$ je dana afina transformacija $\tau(u) = Au + b$. Denimo, da ima matrika A dve različni realni lastni vrednosti. Pokaži, da obstaja negibna premica za τ. Koliko negibnih premic ima lahko τ?

2. V projektivni ravnini sta dani dve različni premici a in b in na vsaki po tri različne točke: A_1, A_2 in A_3 na a ter B_1, B_2 in B_3 na b. Predpostavimo, da se premice $\overline{A_1B_1}$, $\overline{A_2B_2}$ in $\overline{A_3B_3}$ sekajo v eni točki. S pomočjo Desarguesovega izreka dokaži, da so točke $C_1 = \overline{A_2B_3} \cap \overline{A_3B_2}$, $C_2 = \overline{A_1B_3} \cap \overline{A_3B_1}$ in $C_3 = \overline{A_1B_2} \cap \overline{A_2B_1}$ kolinearne.

3. Označimo z M matriko
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
in naj bo θ_M projektivnost porojena z M v realni projektivni ravnini. Dani sta še premica l z enačbo $x + y = 0$ in premica m z enačbo $z = 0$. Pokaži, da projektivnost θ_M porodi projektivnost $\widehat{\theta} := \theta_M : l \to m$. Ali je $\widehat{\theta}$ perspektivnost? Če ni, poišči taki perspektivnosti η_1 in η_2, da bo $\widehat{\theta} = \eta_1\eta_2$.

4. Naj bodo A, B, C, D in E različne točke na neizrojeni stožnici $\mathcal{S}_q$ in p tangenta v točki A. Pokaži, da so točke $P = \overline{AC} \cap \overline{BE}$, $Q = \overline{CD} \cap \overline{AE}$ in $R = \overline{BD} \cap p$ kolinearne.