

Teoretični del izpita iz matematike II za študente IŠRM, 10. 7. 2018

1. (i) Napišite gradient in Hessovo matriko funkcije $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x, y) = ax^4 - 2bx^2y^2 + cy^2$, kjer so a, b, c pozitivne konstante. Določite tudi vse ekstreme te funkcije.

2. Izpeljite diferencialno enačbo družine parabol $y = cx^2$ ($c \in \mathbb{R}$), nato napišite diferencialno enačbo ortogonalnih trajektorij na te parabole in jo rešite.

3. (i) Kako so definirane notranjost, rob in zaprtje podmnožice $A \subseteq \mathbb{R}^n$?

(ii) Določite notranjost in rob množice $A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z < 3\} \setminus \{(0, 0, 0)\}$.

4. Izračunajte Fourierovo vrsto funkcije f , periodične s periodo 2π , ki je na intervalu $[-\pi, \pi)$ podana kot $f(x) = x - \pi$. Kam konvergira ta vrsta v posameznih točkah $x \in \mathbb{R}$? Ali je konvergenca enakomerna?