

Teoretični del izpita iz analize II za IŠRM, 17. 9. 2015

1. (i) Koliko je prostornina vrtenine, ki nastane, ko se krivulja $y = e^{-\frac{x}{2}}$, $x \geq 0$, zavrti okrog abscisne osi?

(ii) Kakšna je v splošnem povezava med prostornino vrtenine, ploščino lika med krivuljo in abscisno osjo ter oordinato težišča tega lika?

2. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe $xy' - y = x^2 \cos x$.

3. (i) Kako je definiran gradient funkcije več spremenljivk in kakšen je njegov pomen?

(ii) Določite enačbo tangentne ravnine na ploskev $2x^2 + y^2 + z^2 = 4$ v točki $(1, 1, 1)$.

4. (i) Kdaj pravimo, da zaporedje funkcij f_n konvergira enakomerno proti funkciji f na intervalu $[a, b]$?

(ii) Navedite kak zgled zaporedja funkcij f_n na intervalu $[0, 1]$, ki konvergira po točkah k neki funkciji f , vendar konvergenca ni enakomerna.

(iii) Ali vrsta $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(nx)}{n^3}$ konvergira enakomerno na $\mathbb{R}$? (Odgovor utemeljite.)