

**Teoretični del izpitov iz analize 2 za IŠRM, 30. 6. 2020**

1. Izračunajte prostornino vrtenine, ki nastane, ko se lik med abscisno osjo in grafom funkcije  $y = \sin 2x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ , zavrti okrog abscisne osi. Določite (s pomočjo Guldinovega pravila) tudi ordinato težišča tega lika.

2. Poiščite enačbo tangentne ravnine na ploskev  $x^2 + xy + y^4 + z^2 = 2$  v točki  $(1, 0, 1)$ .

3. Funkciji  $y_1 = x - 1$  in  $y_2 = x^2$  sta linearno neodvisni rešitvi enačbe  $(x^2 - 2x)y'' + 2(1 - x)y' + 2y = 0$ . Poiščite splošno rešitev enačbe  $(x^2 - 2x)y'' + 2(1 - x)y' + 2y = x^2 - 2x$ .

4. (i) Kako Heine - Borelov izrek karakterizira kompaktne podmnožice v  $\mathbb{R}^n$ ?

(ii) Pokažite, da je množica  $A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^4 \leq 1\}$  kompaktna. (Namig: preslika zaprte množice pri zvezni preslikavi je zaprta.)