

11. domača naloga

21. decembra 2016

1. Dana je Hamiltonova funkcija

$$H_0 = \frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}\omega^2 q^2 + \lambda \left(\frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}\omega^2 x^2 \right)^2.$$

- (i) Zapiši kanonski sistem in ga reši.
 - (ii) Dana je Hamiltonova funkcija $H = \frac{1}{2}p^2 + \frac{1}{2}\omega_0^2 q^2 + \beta x^4$. Za majhna nihanja v okolici ravnovesne lege vpelji s pomočjo rodovne funkcije $F = qP + aq^3P + bqP^3$ nove kanonske koordinate (Q, P) in zapiši H z novimi koordinatami do četrtega reda natanko.
 - (iii) Sedaj določi koeficienta a in b tako, da bo H imela v novih koordinatah obliko funkcije H_0 .
 - (iv) Zapiši rešitev kanonskega sistema za H do četrtega reda natanko.
2. Za dane rodovne funkcije
- (i) $F = \mathbf{q} \cdot \mathbf{P} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{P}$;
 - (ii) $F = \vec{r} \cdot \vec{P} + \vec{\omega} \cdot (\vec{r} \times \vec{P})$;
 - (iii) $F = \mathbf{q} \cdot \mathbf{P} + dtH(t, \mathbf{q}, \mathbf{P})$;
 - (iv) $F = \mathbf{q} \cdot \mathbf{P} + a(\mathbf{q} \cdot \mathbf{q} + \mathbf{P} \cdot \mathbf{P})$

zapiši pripadajoče kanonske transformacije. Kakšen je njihov pomen? Kaj velja v tretjem primeru vzdolž rešitve kanonskega sistema za dano funkcijo H .

3. Dokaži, da umeritvena transformacija gibanja naboja v elektromagnetnem polju porodi kanonsko transformacijo in poišči pripadajočo rodovno funkcijo.
4. Hamiltonov tok je kanonska transformacija. Poišči pripadajočo rodovno funkcijo in Hamiltonovo funkcijo v novih koordinatah za:
- (i) Hamiltonski tok gibanja materialne točke pod vplivom konstantne sile;
 - (ii) Hamiltonski tok harmoničnega oscilatorja.

Preveri tudi, da je prenos rešitve Hamiltonove enačbe v prvotnih koordinatah rešitev nove Hamiltonove funkcije v novih koordinatah.