

12. domača naloga

11. januar 2017

1. Na predavanjih smo pokazali, da je Hamilton Jacobijeva enačba zapisana v paraboloidnih koordinatah $x = \sqrt{\xi\eta} \cos \theta$, $y = \sqrt{\xi\eta} \sin \theta$, $z = \frac{1}{2}(\xi - \eta)$ gibanja materialne točke pod vplivom potenciala $U = (a(\xi) + b(\eta))(\xi + \eta)^{-1}$ popolno separabilna.

(i) Dodaj potencialu odvisnost od θ tako, da bo Hamilton Jacobijeva enačba tudi separabilna.

(ii) Naredi enako še za eliptične koordinate.

2. Pokaži, da je Hamilton Jacobijeva enačba geodetke na osnosimetrični ploskvi separabilna. Za primer stožca poišči tudi rešitev.

3. Naj bo $0 < a \leq b < c$ in

$$x = a \cos \theta \sqrt{\epsilon + (1 - \epsilon) \cos^2 \phi}, \quad y = b \sin \theta \cos \phi, \quad z = c \sin \phi \sqrt{1 - \epsilon \cos^2 \theta}, \quad \epsilon = \frac{b^2 - a^2}{c^2 - a^2}.$$

(i) Dokaži, da sta (ϕ, θ) ploskovni koordinati elipsoida s polosmi a, b, c .

(ii) Pokaži, da je Hamilton Jacobijeva enačba geodetke na elipsoidu v teh koordinatah separabilna. Nasvet: lahko si pomagaš z *Mathematico*.

4. Dana je Hamiltonova funkcija

$$H = f(t) \left(\frac{p^2}{2m} + \frac{m\omega q^2}{2} \right).$$

(i) Zapiši pripadajočo Hamilton Jacobijevo enačbo in poišči njen popolni integral.

(ii) Za (a) $f(t) = e^{\alpha t}$, (b) $f(t) = e^{-\alpha t}$, (c) $f(t) = \cos \alpha t$ izračunaj rešitev $q = q(t)$ in $p(t)$.

(iii) Zapiši Hamiltonovo funkcijo vzdolž rešitve.