

13. domača naloga

18. januar 2017

1. Na predavanjih smo pri dokazu Stäckelovega izreka privzeli, da je $\prod_{i=1}^n p_i \neq 0$. Dopolni dokaz izreka za primer $\prod_{i=1}^n p_i = 0$.
2. Za $n = 2$ z uporabo Stäckelovega izreka poišči enostavni primer separabilnega gibanja in poišči pripadajoči popolni integral. Za izbran začetni pogoj poišči tudi rešitev. Tu si pomagaj z *Mathematico*.
3. Hamilton-Jacobijevo enačbo smo dobili z uporabo rodovne funkcije $S = S(\mathbf{q}, \mathbf{P}, t)$. Če izberemo $S = S(\mathbf{p}, \mathbf{P}, t)$ dobimo nestandardno Hamilton-Jacobijevo enačbo

$$H\left(-\frac{\partial S}{\partial \mathbf{p}}, \mathbf{p}, t\right) + \frac{\partial S}{\partial t} = 0.$$

- (i) Komentiraj razliko med standardno in nestandardno Hamilton-Jacobijevo enačbo.
 - (ii) Kako se glasil Stäckelov izrek, če uporabimo nestandardno Hamilton-Jacobijevo enačbo?
 - (iii) Reši kakšen šolski primer z uporabo nestandardne Hamilton-Jacobijeve enačbe.
4. Dokaži, da je karakteristični sistem Hamiltonov-Jacobijeve enačbe natanko kanonski sistem.
 5. Pri dokazu Liouvillevega izreka nismo dokazali, da je dobljena rešitev Hamilton-Jacobijeve enačbe res popoln integral. Dokaži, da je.
 6. Zapiši rešitev naloge harmoničnega oscilatorja z akcijsko kotnima spremenljivkama. Nasvet:
 - (i) zapiši $p = \partial W / \partial q$ in izračunaj

$$J = \frac{1}{2\pi} \oint_{\gamma(E)} p dq;$$

- (ii) izrazi $E = E(J)$ in definiraj $F(q, J) = W(q, E(J))$;
- (iii) sedaj izračunaj $\varphi = \frac{\partial F}{\partial J}$ in izrazi q in p kot funkciji φ in J .