Domače naloge : 1

25. februarja 2016

1. S predpisom

$$\begin{aligned} x_1 &= c_1 \cos\omega(t-T) - c_2 \sin\omega(t-T), \\ x_2 &= c_1 \sin\omega(t-T) + c_2 \cos\omega(t-T), \\ x_3 &= c_3, \end{aligned}$$

   kjer je $\omega = \omega(\sqrt{c_1^2 + c_2^2})$, je podana preslikava $\underline{x} = \mathcal{F}(\underline{c}, T; t)$.

   (i) Pokaži, da je $\mathcal{F}$:

      i. refleksivna, da je $\mathcal{F}(\underline{x}, t; t) = \underline{x}$;

      ii. tranzitivna, če je $\underline{b} = \mathcal{F}(\underline{c}, T; \tau)$, je $\mathcal{F}(\underline{c}, T; t) = \mathcal{F}(\underline{b}, \tau; t)$;

      iii. simetrična, da je $\underline{x} = \mathcal{F}(\underline{c}, T; t) \iff \underline{c} = \mathcal{F}(\underline{x}, t; T)$.

   (ii) Dani preslikavi priredimo Lagrangeev opis gibanja $\underline{x} = \mathcal{F}(\underline{X}, 0; t)$. Izračunaj pripadajoče hitrostno polje v Eulerjevem zapisu.

   (iii) Dobljenemu hitrostnemu polju določi tokovnice.

   (iv) Splošno, naj bo dano gibanje $p = p(P, t)$ in naj se refernčni položaj ujema s prostorskim v času $t = t_0$. Potem definiramo $\mathcal{F}(P, t_0, t) = p(P, t)$. Ali je $\mathcal{F}$ refleksivna, tranzitivna in simetrična?

2. Dano je hitrostno polje v Eulerjevem zapisu

$$v_1 = -kx_2x_3, \qquad v_2 = kx_1x_3, \qquad v_3 = kcx_3,$$

   kjer je $k = k(t) = k_0 \cos\omega t$, k, c, k_0 in ω pa so konstante.

   (i) Določi tokovnice v trenutku $t = t_0$.

   (ii) Določi tirnice.

   (iii) Določi slednico v času $t = 0$ skozi položaj s koordinatami $(b, 0, b)$.

   (iv) Izračunaj pospešek.

3. Za cilindrične koordinate izračunaj recipročno bazo $\vec{g}^k$, $k = 1, 2, 3$ in nato izračunaj gradient vektorskega polja $\vec{v} = v_r\vec{e}_r + v_\theta\vec{e}_\theta + v_z\vec{k}$.