Domača naloga : 5

30. marca 2016

1. Naj bo $\underline{\underline{a}} = \underline{\underline{a}}(p,t)$ tenzor definiran na prostorskem položaju in $p' = p_0'(t) + Q(t)(p - p_0)$. Definirajmo $\underline{\underline{a}}'(p') = \underline{\underline{a}}(Q^T(p' - p_0'))$. Izračunaj $\frac{D\,\underline{\underline{a}}}{Dt}$ in pokaži, da je
$$Q\frac{D\,\underline{\underline{a}}}{Dt}Q^T = \frac{D\,\underline{\underline{a}}}{Dt}$$
natanko tedaj, ko je $\underline{\underline{a}} = \alpha(p,t)\underline{\underline{I}}$.

2. Naj bo $\underline{\underline{a}}$ koordinatno neodvisen. Potem $\underline{\underline{a}}'(p',t) = Q(t)\underline{\underline{a}}(p,t)Q^T$. Dokaži, da je njegov materialni odvod koordinatno neodvisen natanko tedaj, ko je $\underline{\underline{a}}$ sferičen tensor.

3. Za tenzor $\underline{\underline{a}}$ definiramo korotacijski odvod s predpisom
$$\underline{\underline{a}}^{\circ} = \frac{D\,\underline{\underline{a}}}{Dt} - \underline{\underline{w}}\,\underline{\underline{a}} + \underline{\underline{a}}\,\underline{\underline{w}}.$$
Dokaži, da je korotacijski odvod koordinatno neodvisen. Tu je $\underline{\underline{w}}$ poševno simetrični del gradienta hitrosti. Izračunaj $\underline{\underline{w}}^{\circ}$.

4. Za tenzor $\underline{\underline{a}}$ definiramo konvektivni odvod s predpisom
$$\underline{\underline{a}}^{\diamond} = \frac{D\,\underline{\underline{a}}}{Dt} + \underline{\underline{l}}^T\underline{\underline{a}} + \underline{\underline{a}}\,\underline{\underline{l}}.$$
Dokaži, da je konvektivni odvod koordinatno neodvisen. Izračunaj $\underline{\underline{w}}^{\diamond}$.