

Naloge iz vaj: Nosilci

8. januar 2015

1 Enostavno podprti nosilec

Enostavno podprti nosilec dolžine l je točkovno obremenjen v točkah a_i , $i = 1, \dots, n$ s silami \vec{F}_i .

1. Skiciraj potek prečne sile.
2. Skiciraj potek upogibnega momenta.

Rešitev: Nalogo rešimo v treh korakih. Prvo določimo sile podpor, nato potek prečne sile in na koncu še potek upogibnega momenta.

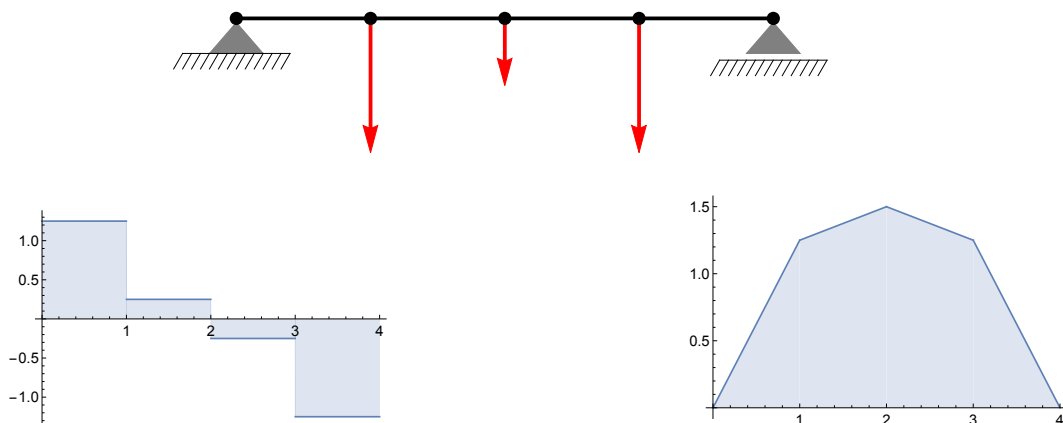
1. Podpore v levem krajišču označimo z A , v desnem z B . Določimo jih iz enačbe ravnovesja navorov. Velja $\sum_{i=1}^n a_i F_i = lB$ in $\sum_{i=1}^n (l - a_i) F_i = lA$. Tako dobimo:

$$A = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n (l - a_i) F_i \quad B = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^n a_i F_i$$

2. Za enostavno podprti nosilec vemo, da je prečna sila Q v levem krajišču enaka sili podpore A , v desnem pa $-B$. Nadalje je prečna sila odsekoma konstantna s skoki v točkah obremenitve, ki so enaki obremenitvam.
3. Upogibni moment M je pri enostavno podprtem nosilcu v krajiščih enak nič, med točkami obremenitve pa poteka linearno. Iz enačbe $\frac{dM}{dx} = Q$ sledi, da je strmina enaka vrednosti prečne sile.

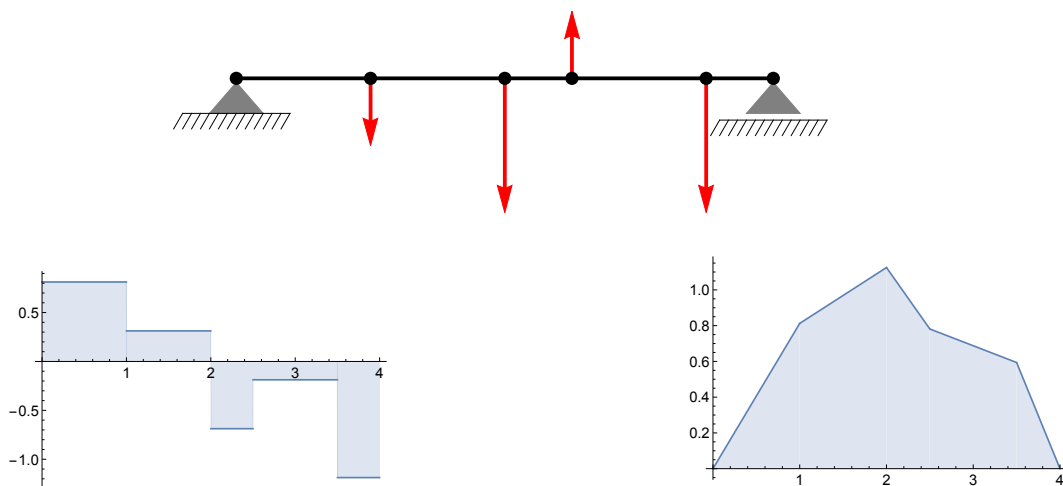
1.1 Konkretni primeri

1. $n = 3$, $l = 4$ m, $a_1 = 1$ m, $a_2 = 2$ m, $a_3 = 3$ m, $\vec{F}_i = F_i \vec{k}$, $F_1 = 1$ kN, $F_2 = 1/2$ kN, $F_3 = 1$ kN. Glej sliko 1.



Slika 1: Primer a: nosilec z obremenitvami, potek prečne sile in upogibnega momenta.

2. $n = 4$, $l = 4$ m, $a_1 = 1$ m, $a_2 = 2$ m, $a_3 = 5/2$ m, $a_4 = 7/2$ m, $\vec{F}_i = F_i \vec{k}$, $F_1 = 1/2$ kN, $F_2 = 1$ kN, $F_3 = -1/2$ kN, $F_4 = 1$ kN. Glej sliko 2.



Slika 2: Primer b: nosilec z obremenitvami, potek prečne sile in upogibnega momenta.

2 Previsni nosilec

Previsni nosilec dolžine l je podprt na levem krajišču in v oddaljenosti d od levega krajišča. Nosilec je točkovno obremenjen v točkah a_i , $i = 1, \dots, n$ s silami \vec{F}_i .

1. Skiciraj potek prečne sile.
2. Skiciraj potek upogibnega momenta.

Rešitev: Nalogo rešimo v treh korakih. Prvo določimo sile podpor, nato potek prečne sile in na koncu še potek upogibnega momenta.

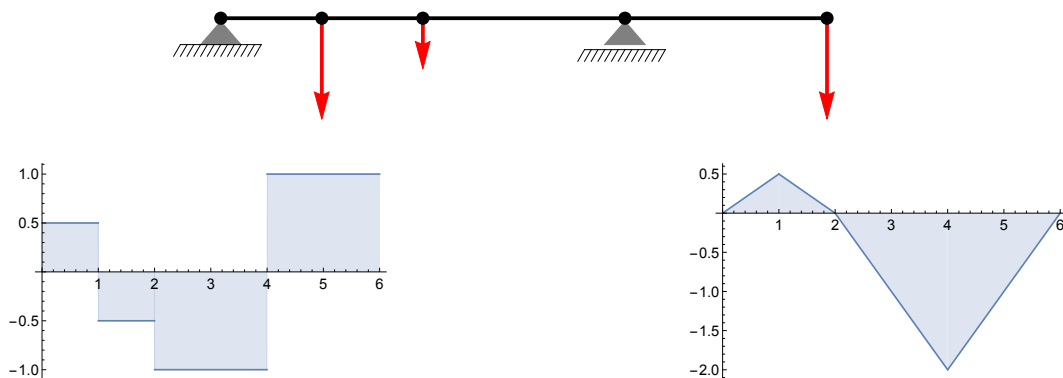
1. Podpore v levem krajišču označimo z A , v desnem z B . Določimo jih iz enačbe ravnovesja navorov. Velja $\sum_{i=1}^n a_i F_i = dB$ in $\sum_{i=1}^n (d - a_i) F_i = dA$. Tako dobimo:

$$A = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^n (d - a_i) F_i \quad B = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^n a_i F_i$$

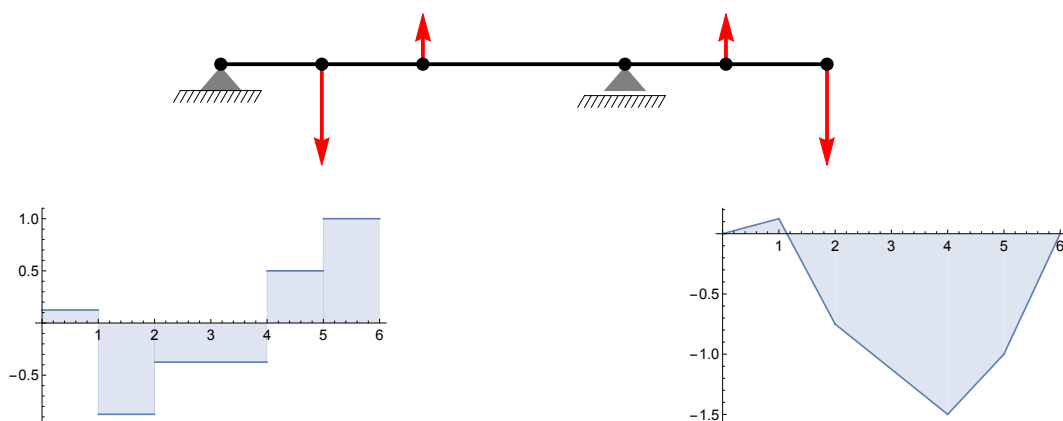
2. Za previsni nosilec vemo, da je prečna sila Q v levem krajišču enaka sili podpore A , nato pa ima v vsaki točki obremenitve skok, ki je enak obremenitvi. Tu moramo kot točkovno obremenitev upoštevati tudi desno podporo, kjer ima prečna sila skok podpore.
3. Upogibni moment M je na krajiščih enak nič, med točkami obremenitve pa poteka linearno. Iz enačbe $\frac{dM}{dx} = Q$ sledi, da je strmina enaka vrednosti prečne sile.

2.1 Konkretni primeri

1. $n = 3$, $l = 6$ m, $d = 4$ m, $a_1 = 1$ m, $a_2 = 2$ m, $a_3 = 6$ m, $\vec{F}_i = F_i \vec{k}$, $F_1 = 1$ kN, $F_2 = 1/2$ kN, $F_3 = 1$ kN. Glej sliko 3.
2. $n = 4$, $l = 6$ m, $d = 4$ m, $a_1 = 1$ m, $a_2 = 2$ m, $a_3 = 5$ m, $a_4 = 6$ m, $\vec{F}_i = F_i \vec{k}$, $F_1 = 1$ kN, $F_2 = -1/2$ kN, $F_3 = -1/2$ kN, $F_4 = 1$ kN. Glej sliko 4.



Slika 3: Primer a: previsni nosilec z obremenitvami, potek prečne sile in upogibnega momenta.



Slika 4: Primer b: previsni nosilec z obremenitvami, potek prečne sile in upogibnega momenta.

3 Konzolni nosilec

Konzolni nosilec dolžine l je konzolno vpet v levem krajišču in je točkovno obremenjen v točkah a_i , $i = 1, \dots, n$ s silami \vec{F}_i .

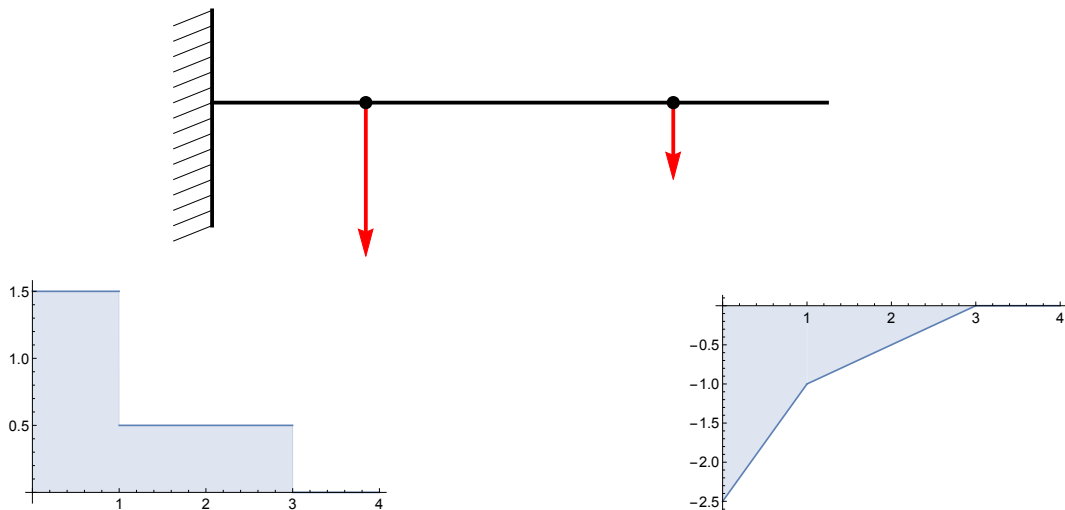
1. Skiciraj potek prečne sile.
2. Skiciraj potek upogibnega momenta.

Rešitev: Nalogo rešimo v treh korakih. Prvo določimo sile in navor v konzolnem vpetju, nato potek prečne sile in na koncu še potek upogibnega momenta.

1. Levo podporo označimo z A . Reakcijo v podpori določimo iz ravnovesja sil in navorov. Velja $A = \sum_{i=1}^n F_i$ in $M_A = \sum_{i=1}^n a_i F_i$.
2. Prečna sila Q je v levem krajišču enaka sili podpore A , nato pa ima v vsaki točki obremenitve skok, ki je enak obremenitvi.
3. Upogibni moment M je v levem krajišču enak $-M_A$, nato pa med točkami obremenitve pa poteka linearno. Iz enačbe $\frac{dM}{dt} = Q$ sledi, da je strmina enaka vrednosti prečne sile.

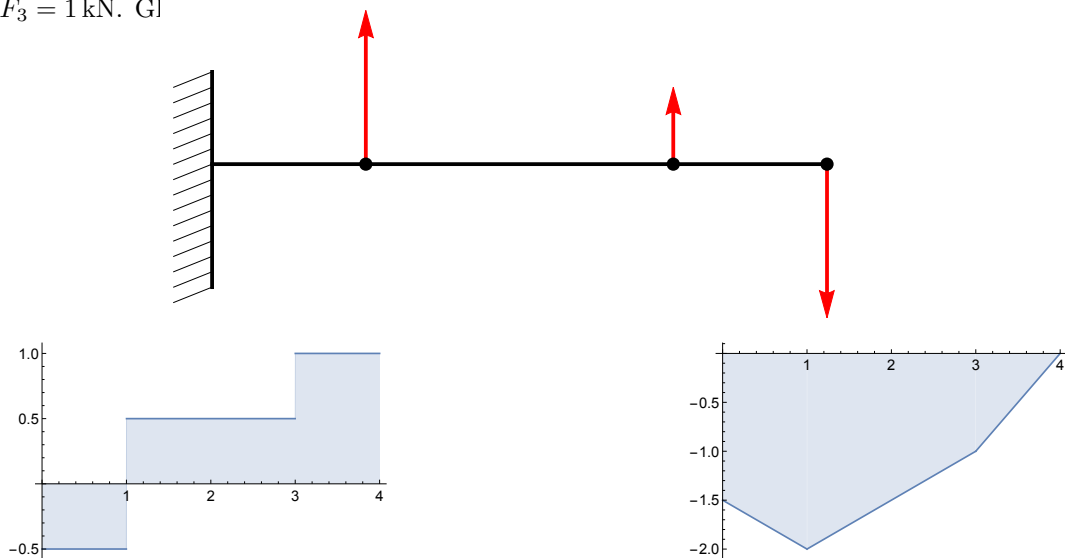
3.1 Konkretni primeri

1. $n = 2$, $l = 4$ m, $a_1 = 1$ m, $a_2 = 3$ m, $\vec{F}_i = F_i \vec{k}$, $F_1 = 1$ kN, $F_2 = 1/2$ kN. Glej sliko 5.



Slika 5: Primer a: konzolni nosilec z obremenitvami, potek prečne sile in upogibnega momenta.

2. $n = 3$, $l = 4$ m, $a_1 = 1$ m, $a_2 = 3$ m, $a_3 = 4$ m, $\vec{F}_i = F_i \vec{k}$, $F_1 = -1$ kN, $F_2 = -1/2$ kN, $F_3 = 1$ kN. Glej sliko 6.



Slika 6: Primer b: konzolni nosilec z obremenitvami, potek prečne sile in upogibnega momenta.