OSNOVE MEHANIKE & TEHNIČNA MEHANIKA - vaje v šolskem letu 2020/2021

NTF : Viskokošolski strokovni študij: Metalurške tehnologije & Geotehnologija in rudarstvo

18. 2. 21

1) Osnove vektorskega računa: Izračunaj:
   a) dolžno glavne diagonale kocke;
   b) kot med glavno diagonalo in stranico kocke;
   c) kot med glavno diagonalo in diagonalo osnovne ploskve;
   d) površino trikotnika med glavno diagonalo in diagonalo osnovne ploskve.
2) Točki P_1 in P_2 se gibljeta premočrtno ena proti drugi. Določi čas kdaj in kje se srečata.
   a) Če se obe gibljeta enakomerno.
   b) Če se ena giblje enakomerno, druga pa enakomerno pospešeno.
   c) Določi pospešek iz točke b) tako, da se točki srečata v času iz točke a). Začetna oddaljenost točk je d.
3) Točka se giblje premočrtno po osi x. V času od 0 do t_1 se giblje s konstantno brzino v_1, v času od t_1 do t_2 enakomerno zavira tako, da ima v času t_2 trenuto brzino nič.
   a) Izračunaj do kod pride v času t_1.
   b) Izračunaj pospešek zaviranja.
   c) Do kod pride v času t_2.
   d) Kdaj se vrne v začetni položaj?
   e) Izračunaj za konkretne vrednosti $v_1 = 2m/s$, $t_1 = 10s$, $t_2 = 20s$. Nariši tudi diagram hitrosti in položaja v odvisnosti od časa.

25. 2. 21

1) Gibanje točke je dano z $\vec{r}(t) = \vec{\alpha}t^2 + \vec{\beta}t + \vec{\gamma}$, kjer je $\vec{\alpha} = a_0(\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 3\vec{k})$, $\vec{\beta} = b_0(-3\vec{\imath} - 2\vec{\jmath} - \vec{k})$. Tu sta a_0 in b_0 pozitivni konstanti. Določi pogoj na t, da bo gibanje pospešeno.
2) V času $t = 0$ vklopimo stroj, ki poganja valj s polmerom R_0 na katerega se navija vrvica. Valj v času t_1 doseže polnoštevilo obratov o_1. Izračunaj koliko vrvice se navije do časa t_1. Tu privzami, da se do časa t_1 valj vrti enakomerno pospešeno.
3) Kamen z maso $1kg$, ki je pripet na vrvico dolžine r_0, enakomerno kroži s kotno hitrostjo ω. Določi silo, ki jo mora vzdržati vrvica, da se ne strga. Izračunaj za konkretne vrednosti $r_0 = 1\text{m}$, $\omega = 300\text{o/min}$.
4) Masno središče trikotnika.
5) Izračunaj masno središče:
   a) trapeza, kot unijo dveh trikotnikov in pravokotnika;
   b) trapeza, kot razliko dveh trikotnikov.

4. 3. 21

1) Določi masno središče homogenega pravokotnika $a \times b$ s polkrožnim izrezom na sliki, če veš, da ima masno središče krožnega izreza s kotom 2α koordinati $(0, \frac{2\sin\alpha}{3\alpha})$, glej skico krožnega izreza.
2) Ohranitev vrtilne količine. Na os je pravokotno pritrjena dvostranska ročica dolžine $2a$ z masama m na obeh koncih, glej skico. Za koliko se spremeni kotna hitrost vrtenja osi, če se dolžina ročice skr"ci na a.
3) Za podani ravninski sistem sil s prijemališči v ogliščih enakostraničnega trikotnika izračunaj rezultanto sil in navorov glede na dani pol.
4) Za podani prostorski sistem sil s prijemališči v ogliščih kvadra izračunaj rezultanto sil, navorov, njegovo invariato.

11. 3. 21

1) Za sistem sil

$$\mathcal{F} = \{((1,2), \vec{\imath} + \vec{\jmath}), ((-1,2), 2\vec{\imath} + \vec{\jmath}), ((0,-2), \vec{\imath} - 2\vec{\jmath}), ((-1,1), -\vec{\imath} + 3\vec{\jmath})\}$$

izračunaj njegovo invarianto. Ali lahko sistem sil reduciramo na skupno prijemališče? Če lahko, ga določi.
2) Za dani prostorski sistem sil
   a) Izračunaj rezultanto sistema sil.
   b) Izračunaj rezultanto navora sistema sil glede na pol v koordinatnem izhodišču.
   c) Izračunaj invarianto sistema sil.
   d) Določi os sistema.
3) Danemu sistemu sil dodaj sillo, da bo imel razširjeni sistem sil skupno prijemališče v predpisani točki.
4) Določi sile podpor nosilca, ki ima na levi postrani ležečo drsno podporo.

18. 3. 21

1) Utež na dveh žicah. Določi sili žic.
2) Utež na treh žicah.
3) Homogena plošča sestavljena iz kvadrata in dveh trikotnikov je členkasto vpeta. Določi silo vrvice, ki drži ploščo v ravnovesju.
4) Krogla v vogalu. Določi silo vrvice.
5) Klada na klancu. Določi silo, da klada ne zdrsne.

24. 3. 21

1) Tročleni lok. Določi sile podpor.
2) Škripčevje, določi silo vrvi.
3) Tračna zavora. Določi silo na ročico zavore tako, da bo zavorni moment enak M_0. Obravnavaj primera za vrtenje v smeri uriniga in protiurinega kazalca.
4) Trikotno paličje. Izra"cunak sile palic z vozliščno metodo.

1. 4. 21

1) Za dano paličje v obliki mosta izračunaj:
   a) sile v podporah;
   b) sile v označenih palicah.
2) Dva nosilca sta členkasto speta in podprta s paličjem. Določi sile v palicah.
3) Določi potek prečne sile in upogibnega momenta za točkovno obremenjen enostavno podprti nosilec.
4) Določi potek prečne sile in upogibnega momenta za točkovno obremenjen prevesni nosilec.
5) Določi potek prečne sile in upogibnega momenta za enakomerno obremenjen nosilec s točkovno obremenitvijo. Nosilec je enostavno podprt.
6) Določi potek prečne sile in upogibnega momenta za enostavno podprti nosilec, ki je linijsko obremenjen samo na enem delu nosilca.

8. 4. 21

1) Enostavno podprti nagnjen nosilec z enakomerno linijsko obremenitvijo.
2) Členkasto spojena nosilca.
3) Osna obremenitev odsekanega stožca. Določi napetost in deformacijo.
4) Razmerje površin železa in betona je na preseku železobetonskega stebra enako 1 : 9, razmerje njunih Youngovih modulov pa 6 : 1. Izračunaj kolikšen del obremenitve v stebru nosi železo in koliko beton.
5) Nosilec na treh žicah.

15. 4. 21

1) Utež obešena na tri palice s skupnim presečiščem.
2) Kompozitna palica med dvema togima stenama. Določi termalno napetost.
3) Razteg kompozitne palice zaradi lastne teže.
4) Valj, visi s stropa in se zaradi lastne teže raztegne tako, da se dotakne togih tal. Valj segrejemo za ΔT. Določi napetostno stanje v valju. Pri kateri spremembi temperature bo v celem valju napetost kompresibilna.

21. 4. 21

1) Podan je napetostni tenzor
$$\underline{\underline{t}} = \begin{bmatrix} -24 & 16 & -8 \\ 16 & 24 & 0 \\ -8 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{MPa}.$$
Izračunaj normalno in strižno napetost na ravnino, ki ima normalo v smeri vektorja $\vec{\imath} - \vec{k}$.
2) Na preseku osnega elementa pod kotom $\pi/4$ je normalna napetost enaka $\sigma = 120\text{MPa}$. Določi osno silo in strižno napetost, če je napetostno stanje enoosno v smeri osi elementa. Osni element ima površino 4cm^2.
3) Na rombu z vmesnim kotom α in stranico v smeri osi x je na vodoravni stranici napetost enaka $\vec{t}_2 = \tau\vec{\jmath}$ na poševni stranici pa je napetost enaka $\vec{t}_1 = \frac{\tau}{2}(\vec{\imath}+\vec{\jmath})$. Določi pogoj na kot α, ki dopušča dane napetosti.
4) Z meritvami smo dobili napetosti $\vec{t}(\vec{\imath}) = (10\vec{\imath} + 3\vec{\jmath})$ MPa, $\left|\vec{t}(\vec{\jmath})\right| = \sqrt{34}$ MPa in $\vec{t}(\vec{k}) = \vec{0}$ MPa.
   a) Določi napetostni tenzor.
   b) Skiciraj napetosti na kvadratu s stranicami v smereh koordinatnih osi x in y.
   c) Določi ekstremalni normalni napetosti in njuni smeri.
   d) Skiciraj Mohrovo krožnico.
   e) Skiciraj napetosti na kvadratu s stranicami v smereh diagonal prvega in drugega kvadranta.
   f) Določi normalno in strižno napetost v ravnini, ki ima normalo v smeri vektorja $\vec{\imath} + \vec{\jmath} + \vec{k}$.
5) Naj za ravninsko napetostno stanje velja, da je $\mathrm{Sl}\,\underline{\underline{t}} = 0$. Pokaži, da obstaja KS v katerem sta diagonalni komponenti napetostnega tenzorja enaki nič.

29. 4. 21

1) Z treh smereh, ki z osjo x oklepajo kote $\phi = 0, 2\pi/3$ in $4\pi/3$ smo izmerili normalne napetosti σ_a, σ_b in σ_c.
   a) Določi napetostni tenzor.
   b) Nariš Mohrovo krožnico za primer $\sigma_a = \sigma_0$, $\sigma_b = 2\sigma_0$, $\sigma_c = 3\sigma_0$.
2) Ravninska deformacija deformira pravokotnik s stranicama $a = 1\text{cm}$ in $b = 2\text{cm}$ v romboid s stranicama $1.02cm$ in $1.97cm$ in vmesnim kotom med stranicama $89.7°$.
   a) Zapiši deformacijski tenzor.
   b) Določi osno deformacijo diagonale pravokotnika.
3) Ravninska deformacija deformira pravokotni trikotnik z dolžinama stranic a in b v smeri koordinatnih osi v trikotnik z oglišči v točkah $A = (x_0, y_0)$, $B = (x_0 + a_{11}, y_0 + a_{12})$ in $C = (x_0 + a_{21}, y_0 + a_{22})$.
   a) Določi deformacijski tenzor na geometrijski način.
   b) Zapiši gradient deformacije in izračunaj deformacijski tenzor.

6. 5. 21.

1) Podana je funkcija pomika $\vec{U} = \alpha(XY^2\vec{\imath} + X^2Y\vec{\jmath})$.
   a) Skiciraj, kam se preslika kvadrat $[0, a] \times [0, a]$.
   b) Izračunaj infinitezimalni deformacijski tenzor.
   c) Izračunaj deformacijski tenzor in ugotovi kdaj je deformacija majhna.
2) V treh smereh, ki oklepajo medsebojni kot $\pi/4$ so znane osne deformacije $\epsilon_\mathrm{a} = \epsilon_0$, $\epsilon_\mathrm{b} = -\frac{3}{2}\epsilon_0$ in $\epsilon_\mathrm{c} = 2\epsilon_0$, kjer je $\epsilon_0 = 10^{-3}$.
   a) Določi deformacijski tenzor.

b) Skiciraj Mohrovo krožnico in določi ekstremalne vrednosti in smeri deformacije.

3) Za ravninsko deformacijsko stanje sta podani glavni osni deformaciji $\epsilon_1 = 2\epsilon_0$ in $\epsilon_2 = -\epsilon_0$, kjer je ϵ_0 majhno pozitivnoštevilo. Določi osi x' in y' pri katerih je $e'_{11} = 0$ in $e'_{12} > 0$.

4) Izotropični material je v homogenem napetostnem stanju. V smeri vektorja $\vec{\imath}$ je normalna napetost enaka σ_0, v smeri vektorja $\vec{\jmath}$, ki je pravokoten na $\vec{\imath}$ pa je normalna napetost enaka $2\sigma_0$. Določi Yongov modul in Poissonov količnik, če je matrika pripadajo vcega deformacijskega tenzorja v bazi $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ enaka

$$\mathbf{e} = \epsilon_0 \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Določi tudi napetostni tenzor.

5) Izotropični material je v homogenem napetostnem stanju. V smeri vektorja $\vec{\imath}$ je osna deformacija enaka ϵ_0, v smeri vektorja $\vec{\jmath}$, ki je pravokoten na $\vec{\imath}$ pa je osna deformacija enaka $-\frac{2}{3}\epsilon_0$. Določi Yongov modul in Poissonov količnik, če je matrika napetostnega tenzorja v bazi $\vec{\imath}$, $\vec{\jmath}$ enaka

$$\mathbf{t} = \sigma_0 \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Določi tudi deformacijski tenzor.

13. 5. 21.

1) Termoelastičnost : Kocka v odprti kotanji.
2) Votli enostavno podprt nosilec dolžine 2m s tankostenskim kvadratnim presekom $a = 4$ cm in debelino $t = 4$mm je enakomerno linijsko obremenjen z gostoto q_0. Določi q_0, da bo napetost po velikosti manjša od σ_0 =120MPa.
3) Izračun ploskovnega momenta U preseka.

20. 5. 21.

1) Za konzolno vpeti nosilec z enakomerno obremenitvijo
   a) določi upogib nosilca;
   b) določi maksimalen upogib.
2) Za konzolni nosilec s točkovno obremenitvijo na koncu:
   a) določi upogib nosilca;
   b) določi maksimalen upogib.
3) Konzolno vpeti nosilec z enakomerno obremenitvijo je na koncu členkasto podprt. Določi upogib nosilca in silo podpore na koncu.
4) Enostavno podprti nosilec je na sredini obremenjen z upogibnim momentom M_0.
   a) Določi upogib nosilca;
   b) določi maksimalen upogib.

27. 5. 21.

1) Linijsko enakomerno obremenjeni nosilec dolžine l je obojestransko konzolno vpet. Na spodnji strani je temperatura enaka T_2, na zgornji pa T_1. Določi upogib nosilca.
2) Nosilec dolžine l je enostavno podprt. Na spodnji strani je temperatura enaka T_2, na zgornji pa T_1.
   a) Določi upogib nosilca.
   b) Določi točkovno obremenitev nosilca, da bo upogib nosilca na sredini enak nič.
3) Za krožni presek določi potek strižne napetosti.
4) Palica dolžine l s krožnim presekom polmera r_0 je torzijsko obremenjena z momentom $M = 2$kNm. Določi polmer palice, da napetost ne bo presegla vrednosti 180MPa. Kakšen je zasuk pri minimalno dopustnem r_0, če je $G = 90$GPa.