OSNOVE MEHANIKE - predavanja in vaje v šolskem letu 2015/2016

BF : Viskokošolski strokovni študij

9. 3. 16. Vaje

1) Obešena krogla v vogalu. Izračunaj silo vrvice.
2) Trenje, Coulombov zakon, koeficient trenja, torni kot.
3) Lestev naslonjena na steno, hrpava tla, gladka stena. Določi pogoj kdaj lestev zdrsne.

15. 3. 16. Predavanja

Statika sistema togih teles

Spoji med telesi, sile in navori v spojih.
Klasifikacija spojev:

a) popolni spoj, prenos vseh sil in momentov;
b) tečaj, prenos vseh sil in momentov pravokotnih na os tečaja;
c) križni zglob, prenos vseh sil in momenta v smeri osi zgloba;
d) krogelni zglob, prenos vseh sil brez prenosa momenta;
e) linijski drsnik, prenos sil pravokotnih na smer drsnika in vseh momentov;
f) ploščati drsnik, prenos sile pravokotne na ravnino drsnika in vseh momentov;
g) kombinacija drsnika in zgloba.

Primer: tročleni lok z vertikalno obremenitvjo na temenu.
Potek reševanja:

a) identifikacija zunanjih sil;
b) razčelnitev sistema na toge komponente;
c) identifikacija sil in momentov v spojih;
d) postavitev diagramov prostih teles;
e) zapis ravnotežnih enačb;
f) raševanje sistema ravnotežnih enačb.

Paličje

Podpore paličja, členkasta, fiksna, pomična.

16. 3. 16. Vaje

1) Tročleni lok, splošni primer.
2) Dve krogli v valjasti posodi. Določi pogoj, da se posoda ne prevrne.
3) Dvigovanje krogle v kanalu z vzvodom.
4) Zagozdena krogla med dvema stenama.

22. 3. 16. Predavanja

Paličje je togi sistem sestavljen iz palic pod vplivom sil s prijemališči v spojih palic.
v število spojev, p število palic; Formula za enostavno ravninsko paličje : $2v - 3 = p$.
Formula za enostavno prostorsko paličje $3v - 6 = p$.
Sile v palicah, natezne, tlačne.
Ravnovesne enačbe paličja.
Enostavno paličje je pri statično določenih podporah statično določeno.
Vozliščna metoda.
Primer: paličje treh enakokrakih trikotnikov:

a) določitev sil v podporah;
b) določitev sil v palicah.

Metoda prereza; kdaj jo lahko uporabimo.
Primer: določitev sil v izbranih palicah.

Primerjava vozliščne metode in metode prereza.
Sestavljeno paličje.
Osna deformacija in napetost
Napetost $\sigma = F/A$, deformacija $\epsilon = \Delta l/l$.
Hookov zakon.
Reševanje statično nedoločenih nalog.
Primer:
a) nosilec obešen na tri žice;
b) utež obev sena na tri palice s skupnim presečiščem.

30. 3. 16. Vaje

1) Izračun sil L paličja z vozliščno metodo.
2) Izračun sil paličja s prerezno metodo.
3) Izračun sil paličja v sestavljenem paličju.

5. 4. 16. Predavanja
Osna obremenitev valjaste kompozitne palice.
Osna obremenitev odsekanega stožca.
Vodni stolp, določitev zunanjega polmera.
Poševni presek palice, stržna napetost, odvisnost od kota preseka.
Deformacijsko napetostni diagram.
Značilne točke in območja na deformacijsko napetostnem diagramu.
Območje proporcionalnosti, Hookov zakon $\sigma = E\epsilon$.
Tabela Youngovih modulov E, mej tečenj σ_{Y} in nateznih trdnosti σ_{S}.
Ravnovesna enačba osnega elementa.
Primer: razteg palice s konstantnim presekom zaradi lastne teže.

6. 4. 16. Vaje

1) Za trikotno elastično paličje pri določi dopustno obremenitev v predpisani smeri tako, da bo osna napetost palic pod predpisano vrednostjo.
2) Trikotno elastično paličje na silo povežemo s palico, ki je pritrjena na fiksno steno.
   i) Določi potrebno silo.
   ii) Ko plaičje povežemo, nehamo delovati s silo. Določi pomike in sile v palicah.
3) Razmerje površin železa in betona je na preseku železobetonskega stebra enako 1 : 9, razmerje njunih Youngovih modulov pa 6 : 1. Izračunaj kolikšen del napetosti v stebru nosi železo in koliko beton.
4) Razteg odsekanega stožca zaradi lastne teže.

12. 4. 16. Predavanja

Termoelastičnost.
Primer: med dvema togima stenama sta zaporedno postavljeni dve palici z različnima Youngovima moduloma in koeficientoma termalnega razteska. Palici segrejemo za ΔT. Določi napetostno stanje v palicah.
Napetostni tenzor
Vektor napetosti $\vec{t}$ je gostota površinske sile na prerezu.
Odvisnost napetosti od smeri prereza.
Vektor napetosti $\vec{t} = \vec{t}(p, \vec{n})$ je linearen v $\vec{n}$. To pomeni, da obstaja tenzor napetosti $\underline{\underline{t}}$ tako, da je $\vec{t} = \underline{\underline{t}}\,\vec{n}$.
Tenzor napetosti je simetričen in ima 6 neodvisnih komponent.
Zapis tenzorja napetosti:

$$\underline{\underline{t}} = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} \\ t_{12} & t_{22} & t_{23} \\ t_{13} & t_{23} & t_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & \tau_{12} & \tau_{13} \\ \tau_{12} & \sigma_2 & \tau_{23} \\ \tau_{13} & \tau_{23} & \sigma_3 \end{bmatrix}$$

Normalna napetost, strižna napetost.
Ravninsko napetostno stanje.
Ekstremalne lastnosti napetostnega tenzorja

Odvisnost komponent napetostnega tenzorja od postavitve koordinatnega sistema. V koordinatnem sistemu z osema $\vec{i}\,' = \cos\varphi\vec{i} + \sin\varphi\vec{j}$ in $\vec{j}\,' = -\sin\varphi\vec{i} + \cos\varphi\vec{j}$ je

$$
\begin{aligned}
t'_{11} &= \frac{1}{2}(t_{11} + t_{22}) + \frac{1}{2}(t_{11} - t_{22})\cos 2\varphi + t_{12}\sin 2\varphi,\\
t'_{22} &= \frac{1}{2}(t_{11} + t_{22}) - \frac{1}{2}(t_{11} - t_{22})\cos 2\varphi - t_{12}\sin 2\varphi,\\
t'_{12} &= -\frac{1}{2}(t_{11} - t_{22})\sin 2\varphi + t_{12}\cos 2\varphi.
\end{aligned}
$$

Določitev smeri največje, najmanjše normalne napetosti.
Smeri ekstremalne normalne napetosti sta

$$\varphi_1^{\mathrm{a}} = \frac{1}{2}\arctan\frac{\gamma_{xy}}{t_x - t_y}, \quad \varphi_2^{\mathrm{a}} = \varphi_1^{\mathrm{a}} + \frac{\pi}{2}.$$

Smeri največje in najmanjše normalne napetosti oklepata pravi kot.
Največja normalna napetost je

$$\sigma_{\max} = \frac{1}{2}\left(t_x + t_y + \sqrt{(t_x - t_y)^2 + 4t_{xy}^2}\right),$$

najmanjša pa

$$\sigma_{\min} = \frac{1}{2}\left(t_x + t_y - \sqrt{(t_x - t_y)^2 + 4t_{xy}^2}\right).$$

V koordinatnem sistemu z osema v smereh ekstremalnih normalnih napetosti je stržna komponenta pripadajoče matrike napetostnega tenzorja enaka nič.
Ekstremalna strižna napetost je

$$\tau_{\mathrm{ext}} = \pm\frac{1}{2}(\sigma_{\max} - \sigma_{\min}).$$

Pripadajoča smer ekstremalne stržne napetosti oklepa kot $\pi/4$ s smerjo ekstremalne normalne napetosti.

13. 4. 16. Vaje

1) Osna deformacija, skrčitev pokonci postavljenega kvadra zaradi lastne teže.
2) Ravninska napetost. Na pravokotniku je na eni stranici podan vektor napetosti, na drugi pa velikost vektorja napetosti.
   i) Določi tenzor napetosti.
   ii) Nariši Mohrovo krožnico.
   iii) Grafično določi maksimalno in minimalno normalno napetost, ter pripadajočo smer.
   iv) Izračunaj maksimalno in minimalno normalno napetost, ter pripadajočo smer.
3) Na rombu je na eni stranici podana strižna napetost τ velikost napetosti na drugi stranici pa je enaka τ. Določi kot med stranicama.

19. 4. 16. Predavanja

Deformacija
Pisava; referenčni(nedeformiran) položaj: B,P, P(X,Y,Z); prostorski(deformiran) položaj: b,p, p(x,y,z).
Mere deformacije:
a) relativna sprememba dolžin

$$\epsilon_1 = \frac{|\, p_1p_2 \,| - |\, P_1P_2 \,|}{|\, P_1P_2 \,|},$$

b) Cauchyjeva mera deformacije

$$\epsilon_2 = \frac{|\, p_1p_2 \,|^2 - |\, P_1P_2 \,|^2}{|\, P_1P_2 \,|^2}$$

c) logaritemska mera

$$\epsilon = \log \frac{|\, p_1p_2 \,|}{|\, P_1P_2 \,|}$$

Aditivnost logaritemske mere.
Za majhne deformacije je $\epsilon_2 = 2\epsilon_1$, $\epsilon_1 = \epsilon$.
Pri togem pomiku je mera deformacije enaka nič.
Opis deformacije z vektorjem pomika $\vec{r} = \vec{R} + \vec{u}$.
Lokalizacija mere deformacije, sprememba dolžin za infinitezimalno bližnje točke.
Parcialni odvod.
Transponiranje.
Infinitezimalni deformacijski tenzor

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \begin{bmatrix} \epsilon_x & \frac{\gamma_{xy}}{2} & \frac{\gamma_{xz}}{2} \\ \frac{\gamma_{xy}}{2} & \epsilon_y & \frac{\gamma_{yz}}{2} \\ \frac{\gamma_{xz}}{2} & \frac{\gamma_{yz}}{2} & \epsilon_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_1}{\partial X} & \frac{1}{2}(\frac{\partial u_1}{\partial Y} + \frac{\partial u_2}{\partial X}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial u_1}{\partial Z} + \frac{\partial u_3}{\partial X}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial u_2}{\partial X} + \frac{\partial u_1}{\partial Y}) & \frac{\partial u_2}{\partial Y} & \frac{1}{2}(\frac{\partial u_2}{\partial Z} + \frac{\partial u_3}{\partial Y}) \\ \frac{1}{2}(\frac{\partial u_3}{\partial X} + \frac{\partial u_1}{\partial Z}) & \frac{1}{2}(\frac{\partial u_3}{\partial Y} + \frac{\partial u_2}{\partial Z}) & \frac{\partial u_3}{\partial Z} \end{bmatrix}$$

Zapis mere deformacije v smeri enotskega vektorja $\vec{n}$ s kvadratno formo $\epsilon_1 = \epsilon_1(\vec{n}) = \vec{n} \cdot \underline{\underline{\epsilon}}\, \vec{n}$. Izrazu $\epsilon_1(\vec{n})$ pravimo mera osne deformacije v smeri $\vec{n}$.
Deformacija je homogena, če je mera deformacije konstantna.
Pri homogeni enoosni deformaciji je $\epsilon_1 = \frac{\Delta l}{l}$ in $u(X) = \epsilon_1 X + u_0$.
Primer: enostavni strig pravokotnika.
a) Določitev pomika iz slike.
b) izračun spremembe dolžine diagonale s pomočjo slike;
c) izračun deformacijskega tenzorja;
d) izračun spremembe dolžine diagonale s pomočjo deformacijskega tenzorja.
Pomen komponent deformacijskega tenzorja
a) diagonalni elementi;
b) izven diagonalni elementi.
Osnovni načini deformacij:
a) enoosna;
b) dvoosna;
c) enakomerni razteg ali skrčitev;
d) strižna deformacija;
Sprememba volumna.

$$\frac{\Delta V}{V} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z.$$

Strižna deformacija ohranja volumen.
Relativna sprememba volumna je enaka vsoti diagonalnih elementov deformacijskega tenzorja.

20. 4. 16. Vaje

1) Ravninska deformacija. Za dane pomike $\vec{u}_A$, $\vec{u}_B$, $\vec{u}_C$ in $\vec{u}_D$ oglišč pravokotnika $ABCD$ določi deformacijski tenzor.
   i) Izpeljava zvez:
$$\epsilon_{11} = \frac{(\vec{u}_B - \vec{u}_A)\cdot\vec{i}}{\overline{AB}}, \qquad \epsilon_{22} = \frac{(\vec{u}_D - \vec{u}_A)\cdot\vec{j}}{\overline{AD}},$$
$$\epsilon_{12} = \frac{1}{2}\left(\frac{(\vec{u}_B - \vec{u}_A)\cdot\vec{j}}{\overline{AB}} + \frac{(\vec{u}_D - \vec{u}_A)\cdot\vec{i}}{\overline{AD}}\right).$$
   ii) Izračun za konkretne vrednosti.
   iii) Določitev smeri maksimalne osne deformacije in pripadajočih vrednosti.
2) Za merilno rozeto s smermi $\varphi = -\pi/3, 0, \pi/3$ in izmerjenimi vrednostmi osnih deformacij ϵ_a, ϵ_b in ϵ_c določi deformacijski tenzor.
3) V kvadru, ki je obremenjen v vodoravni smeri, je na ravnini, ki tvori kot α z vodoravno smerjo, izmerjena normalna napetost z vrednostjo σ. Določi silo obremenitve.

19. 4. 16. Predavanja

Ravninska deformacija: $u_1 = u_1(X,Y)$, $u_2 = u_2(X,Y)$, $u_3 = 0$.
Primer: določitev deformacijskega tenzorja ravninske deformacije iz izmerjenih osnih deformacij v treh smereh.
Komponente deformacijskega tenzorja so odvisne od izbire koordinatnega sistema.
Odvisnost komponent deformacijskega tenzorja od postavitve koordinatnega sistema. V koordinatnem sistemu z osema $\vec{i}\,' = \cos\varphi\vec{i} + \sin\varphi\vec{j}$ in $\vec{j}\,' = -\sin\varphi\vec{i} + \cos\varphi\vec{j}$ je

$$\begin{aligned}
\epsilon'_{11} &= \frac{1}{2}(\epsilon_{11}+\epsilon_{22}) + \frac{1}{2}(\epsilon_{11}-\epsilon_{22})\cos 2\varphi + \epsilon_{12}\sin 2\varphi,\\
\epsilon'_{22} &= \frac{1}{2}(\epsilon_{11}+\epsilon_{22}) - \frac{1}{2}(\epsilon_{11}-\epsilon_{22})\cos 2\varphi - \epsilon_{12}\sin 2\varphi,\\
\epsilon'_{12} &= -\frac{1}{2}(\epsilon_{11}-\epsilon_{22})\sin 2\varphi + \epsilon_{12}\cos 2\varphi,
\end{aligned}$$

Osna deformacija v smeri $\vec{n} = \cos\varphi\vec{i} + \sin\varphi\vec{j}$ je

$$\epsilon_1(\vec{n}) = \vec{n}\cdot\underline{\underline{\epsilon}}\,\vec{n} = \epsilon_1(\varphi) = \frac{1}{2}(\epsilon_x+\epsilon_y) + \frac{1}{2}(\epsilon_x-\epsilon_y)\cos 2\varphi + \frac{1}{2}\gamma_{xy}\sin 2\varphi.$$

Ekstremalne lastnosti deformacijskega tenzorja

Določitev smeri največje, najmanjše osne deformacije.
Smeri ekstremalne osne deformacije sta

$$\varphi_1^{\mathrm{a}} = \frac{1}{2}\arctan\frac{\gamma_{xy}}{\epsilon_x-\epsilon_y}, \quad \varphi_2^{\mathrm{a}} = \varphi_1^{\mathrm{a}} + \frac{\pi}{2}.$$

Smeri največje in najmanjše mere deformacije oklepata pravi kot.
Največja osna deformacija je

$$\epsilon_1^{\max} = \frac{1}{2}\left(\epsilon_x+\epsilon_y+\sqrt{(\epsilon_x-\epsilon_y)^2+\gamma_{xy}^2}\right),$$

najmanjša pa

$$\epsilon_1^{\min} = \frac{1}{2}\left(\epsilon_x+\epsilon_y-\sqrt{(\epsilon_x-\epsilon_y)^2+\gamma_{xy}^2}\right).$$

V koordinatnem sistemu z osema v smereh ekstremalnih osnih deformacij je stržna komponenta pripadajočega deformacijskega tenzorja enaka nič.
Mera strižne deformacije v ravnini med seboj pravokotnih enotskih vektorjev $\vec{m}$ in $\vec{n}$ je $\gamma(\vec{m},\vec{n}) = 2\vec{m}\cdot\underline{\underline{\epsilon}}\,\vec{n}$.
Pri ravninski deformaciji je

$$\gamma = \gamma(\vec{n}_\perp, \vec{n}) = (\epsilon_y - \epsilon_x)\sin 2\varphi + \gamma_{xy}\cos\ 2\varphi,$$

kjer je $\vec{n} = \cos\varphi\,\vec{i} + \sin\varphi\,\vec{j}$ in $\vec{n}_\perp = -\sin\varphi\,\vec{i} + \cos\varphi\,\vec{j}$.
Smeri ekstremalne spremembe kotov sta

$$\varphi_1^{\rm s} = \frac{1}{2}\arctan\frac{\epsilon_y - \epsilon_x}{\gamma_{xy}}, \quad \varphi_2^{\rm s} = \varphi_1^{\rm s} + \frac{\pi}{2}.$$

Smeri ekstremalne osne deformacije oklepajo s smerema ekstremalne strižne deformacije kot $\pi/4$.
Ekstremalna strižna deformacija je

$$\gamma_{\rm ext} = \pm(\epsilon_1^{\max} - \epsilon_1^{\min}).$$

Posplošeni Hookov zakon: linearna zveza med napetostjo in deformacijo.
Zapis zveze med $\underline{\underline{t}}$ in $\underline{\underline{\epsilon}}$, Voigtov zapis z elastično matriko reda 6×6.
Simetrije elastičnega tenzorja in število materialnih parametrov za posamezne simetrije.

a) anizotropija (21);
b) monoklinična (13);
c) ortotropična (9);
d) tranzverzalna izotropija (5);
d) izotropija (2);

Podajnostni tenzor, zapis zveze med $\underline{\underline{\epsilon}}$ in $\underline{\underline{t}}$ za ortotropičen material

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{12}/E_2 & -\nu_{13}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{21}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{23}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{31}/E_1 & -\nu_{32}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\mu_{12} \end{bmatrix}$$

Hookov zakon za izotropični material

$$\epsilon_{ij} = \frac{1+\nu}{E}t_{ij} - \frac{\nu}{E}(t_{11} + t_{22} + t_{33})\delta_{ij}$$

oziroma

$$\underline{\underline{\epsilon}} = \frac{1+\nu}{E}\underline{\underline{t}} - \frac{\nu}{E}(\mathrm{Sl}\,\underline{\underline{t}})\underline{\underline{I}}.$$

Zveza E, ν, G.
Primer: enoosno napetostno stanje.
Enakomerna kompresija, kompresijski modul $\kappa = \frac{E}{3(1-2\nu)}$.
Za nestisljivi material je $\nu = \frac{1}{2}$.

4. 5. 16. Vaje

1) Podani so pomiki $\vec{u}_A$, $\vec{u}_B$ in $\vec{u}_D$ oglišč pravokotnika $ABCD$.
   i) Določi pripadajoči deformacijski tenzor.
   ii) Izračunaj napetostno stanje.
   iii) Določi ekstremalne normalne napetosti in pripadajočo smer.
2) V togo kotanjo v obliki kvadra s kvadratno osnovno ploskvijo dimenzije $a \times a$ in dano višino h vložimo elastični kvader enakih dimenzij.
   i) Kvader potisnemo s silo F. Določi napetostno stanje in izračunaj za koliko se zgornja ploskev pogrezne v kotanjo.
   ii) Kvader segrejemo za ΔT. Določi napetostno stanje in izračunaj za koliko kvader pogleda iz kotanje.
3) Kvader je vpet med dve togi steni. Določi napetostno stanje, če kvader segrejemo za ΔT.

5. 5. 16. Predavanja

Ravni nosilci

Podpore nosilca; členkasta, nepomična, pomična, konzolna.
Notranje količine nosilca: osna sila, prečna sila, upogibni moment.
Navidezni prerez nosilca, vpliv desnega dela nosilca na levi del preko notranjih količin;
a) osna sila $P(x)$;
b) prečna sila $Q(x)$;
c) upogibni moment $M(x)$.
Določitev notranjih količin z metodo prereza.
Primer: točkovno obremenjen enostavno podprt nosilec.
a) Določitev sil podpor.
b) Potek prečne sile.
c) Potek upogibnega momenta.
Ugotovitve: pri enostavno podprtem nosilcu velja.
a) Prečna sila je na levem krajišču enaka sili leve podpore.
b) Prečna sila je na desnem krajišču enaka negativni vrednosti sili desne podpore.
c) Prečna sila ima pri točkovni obremenitvi v točkah obremenitve nezveznosti s skokom, ki je enak sili obremenitve v tej točki.
d) Upogibni moment je enak nič v krajiščih.
e) Upogibni moment je pri točkovno obremenjenem nosilcu odsekoma linearen.
Primer: enostavno podprt nosilec s konstantno linijsko obremenitvijo.
a) Določitev ekvipolentne točkovne obremenitve.
b) Določitev sil podpor.
c) Potek prečne sile.
d) Potek upogibnega momenta.
e) Primerjava z ekvipolentno točkovno obremenitvijo.
Primer: enostavno podprt nosilec s postrani postavljeno drsno podporo in točkovno upogibno obremenitvijo.
a) Določitev sil podpor.
b) Potek prečne sile.
c) Potek upogibnega momenta.
Ugotovitve:
a) Osna in prečna sila sta konstantni.
b) Upogibni moment je odsekoma linearen z nezveznostjo v točki obremenitve.
Ravnovesne enačbe notranjih količin. V okolici zveznosti linijske obremenitve $p(x)\vec{i} + q(x)\vec{k}$ velja

$$\frac{dV}{dx} = -p(x), \qquad \frac{dQ}{dx} = -q(x), \qquad \frac{dM}{dx} = Q(x).$$

Primer: enostavno podprt nosilec z linearno linijsko obremenitvijo.
a) Integracija ravnovesnih enačb.
b) Določitev integracijskih konstant.
Primer: več točkovno obremenjen nosilec.

11. 5. 16. Vaje

1) Za konzolni nosilec z enakomerno linijsko obremenitvijo določi potek prečne sile in upogibnega momenta
   a) s prerezno metodo;
   b) s pomočjo ravnovesnih enačb.
2) Za točkovno obremenjen členkasto podprt prevesni nosilec določi potek prečne sile in upogibnega momenta.
3) Za sestavljen nosilec podprt v treh členkih, ki je na eni polovici linijsko obremenjen določi potek prečne sile in upogibnega momenta.

12. 5. 16. Predavanja

Za konstrukcijo sestavljeno iz vodoravnega in navpičnega nosilca, ki sta členkasto vpeta in povezana s palico, izračunaj potek notranjih količin.
Upogib nosilca
Nevtralna os, deformacija vlaken $\epsilon = \frac{z}{R}$, $\sigma = z\frac{E}{R}$.
Upogib nevtralne osi $w(x)$, aproksimacija $\frac{1}{R} = -\frac{d^2 w}{dx^2}$.
Določitev zveze med upogibnim momentom M in napetostjo.
Ploskovni momenti drugega reda I_y, I_z, I_{yz}.
Primer: izračun ploskovnih momentov pravokotnika.
Euler - Bernoullijeva enačba $M = \frac{EI}{R}$.
Enačba upogiba $\frac{d^2}{dx^2}\left(EI\frac{d^2 w}{dx^2}\right) = q$.

19. 5. 16. Vaje

1) Most dolžine $4a$ je sestavljen iz dveh enakih vodoravno postavljenih členkasto spojenih nosilcev in petčlenega paličja pod nosilcema. Za dano obremenitev določi sile v paličju in potek prečne sile in upogibnega momenta.
2) Vodoravni nosilec s presekom v obliki kolobarja je konzolno vpet, na prostem koncu pa je točkovno obremenjen v navpični smeri s silo F.
   a) Izračunaj ploskovni moment drugega reda preseka.
   b) Določi pogoj na silo F, da bo osna napetost v nosilcu manjša od σ_0.
   c) Izračunaj za konkretne vrednosti: $r_1 = 4$ cm, $r_2 = 5$cm, $l = 3$ m, $\sigma_0 = 150$MPa.
3) Tankostenski votli vodoravni nosilec s kvadratnim presekom je enostavno podprt in točkovno obremenjen v navpični smeri na tretjini svoje dolžine s silo F.
   a) Izračunaj ploskovni moment drugega reda preseka.
   b) Določi pogoj na silo dolžino stranico preseka, da bo osna napetost v nosilcu manjša od σ_0.
   c) Izračunaj za konkretne vrednosti: debelina stene nosilca $t = 15$ mm, $l = 10$ m, $F = 200$kN, $\sigma_0 = 200$MPa.

20. 5. 16. Predavanja

Klasifikacija robnih pogojev diferencialne enačbe upogiba nosilca:
a) členkasta podpora;
b) konzolno vpetje;
c) prosti konec;
d) predpisana prečna obremenitev na koncu;
e) predpisan upogibni moment na koncu.

Primer: konzolno vpeti nosilec s točkovno obremenitvijo na prostem koncu. Določi upogib.
a) Izračun preko upogibnega momenta in zveze med momentom in ukrivljenostjo.
b) Izračun preko reševanja diferencialne enačbe upogiba nosilca.

Primer: izračun za primere:
a) konzolno vpeti z enakomerno linijsko obremenitvijo;
b) enostavno podprt z enakomerno linijsko obremenitvijo;
c) konzolno vpet na eni strani in enostavno podprt na drugi z enakomerno linijsko obremenitvijo.

Superpozicija rešitev, predhodni primer c).
Središča likov, definicija.
Središče leži na preseku ravnin simetrij.
Središče sestavljenih likov.
Primer: središče trapeza.
Ploskovni moment, izrek o paralelnem pomiku osi.
Primer: izračun ploskovnega momenta za I presek.

25. 5. 16. Vaje

1) Enastovno podprt nosilec je na svojem koncu obremenjen z upogibnim momentom M_0. Določi upogib. Kje je največji. Izračun za konkretne vrednosti : $l = 1$dm, kvadratni presek $a = 5$mm, $E = 120$GPa. Določi M_0 tako, da bo $w_{\max} = 5$mm.
2) Upogib konzolno vpetega nosilca je na prosti strani omejen tako, da je prosti konec vodoraven. Določi upogib.
3) Določitev upogiba enostavno podprtega nosilca s točkovno obremenitvijo.
4) Primeri superpozicij elementarnih nalog upogiba nosilca.

26. 5. 16. Predavanja

Primer: upogib konzolnega nosileca, ki je na prostem koncu podprt z elastično podporo.
Potek strižne napetosti.
Linearni ploskovni moment(statični moment) $S(z) = \int_{A*} \zeta \, dA$.
Izpeljava formule $\tau(z) = \frac{QS(z)}{Ib(z)}$.
Primer: strižna napetost na pravokotnem preseku:
a) izračun $S(z)$;
b) izračun strižne napetosti;
c) integracija strižne napetosti po preseku in kontrola enakosti $Q = \int_A \tau(z) \, dA$.

Strižna napetost tankostenskega nosilca.
Primer: nosilec z ležečim U presekom.
a) Izračun središča in I.
b) Izračun poteka strižnih napetosti na pokončnem delu nosilca.
c) Izpeljava formule $\tau(s) = \frac{QS(s)}{It(s)}$.
d) Izračun $\tau(s)$.
e) Strižni center.

Termalni upogib nosilca, razlika temperature po prerezu, termalni moment.
Primer: konzolni nosilec.
a) Izračun upogiba za linerano razliko temperature po preseku.
b) Izračun sile na prostem koncu, ki prepreči upogib.

Torzija
Zapis pomika na preseku $\vec{u} = \phi(x)(-z\vec{j} + y\vec{k}) + \psi(y,z)\vec{i}$.
Izračun pripadajoče deformacije in napetosti.

25. 5. 16. Vaje

1) Določi in analiziraj potek strižnih napetosti nosilca:
   a) s krožnim presekom;
   b) I nosica;
   c) odprtega tankostenskega s krožnim presekom;
2) Konzolni nosilec s krožnim prerezom je na prostem robu ekscentrično osno obremenjen. Določi razmerje med osno in upogibno deformacijo.

26. 5. 16. Predavanja

Osni pomik je rešitev naloge $\Delta\psi = 0$ z robnim pogojem $\frac{\partial\psi}{\partial y} + \frac{\partial\psi}{\partial z} = -yn_z + zn_y$.
Velja: če je presek krožni, je $\psi = 0$.
Na preseku ni normalne napetosti, vektor napetosti je $\vec{t} = Gr\dot{\theta}\vec{e}_\varphi = \tau\vec{e}_\varphi$.
Omejitev na krožni presek.
Polarni moment $I = \int_A r^2 \, dA$.
Torzijski moment $M = GI\frac{d\theta}{dx}$, torzijska togost GI.
Polarni moment krožnega preseka, obroča, tankostenskega obroča.
Formula $\tau = rM/I$.

Primer: palica dolžine l s krožnim presekom polmera r_0 je torzijsko obremenjena z momentom $M = 2\mathrm{kNm}$. Določi r_0 tako, da napetost ne bo presegla vrednosti 180MPa. Kakšen je zasuk pri minimalno dopustnem r_0, če je $G = 80\mathrm{MPa}$.
Primer: palica dolžine l je pri $x = 2l/3$ obremenjena z momentom M_0, na koncu pa z M_1. Določi M_0, da bo zasuk na koncu enak nič. Določi tudi maksimalno strižno napetost.
Izračun prožnostnega koeficienta vzmeti:

$$k = \frac{Gd^4}{64a^3n}.$$

Torzija tankostenskih palic.
Strižni tok $T = \tau t$.
Izpeljava formule $M = 2A_{\mathrm{m}}T$.
Izpeljava formule

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{M \oint \frac{ds}{t}}{4GA_{\mathrm{m}}^2}.$$