

1. kolokvij (in izpit) iz RAČUNALNIŠTVA 3

29. JANUAR 2003

1. Podjetje bo uvedlo proizvodnjo dveh novih izdelkov, A in B. Zato bo potrebno razširiti proizvodne zmogljivosti, pridobiti finančna sredstva, prihodek pa lahko pričakujemo šele po enem letu. Podatki o cenah, stroških idr. so podani v spodnji tabeli:

	izdelek A	izdelek B
stroški izdelave	50	100
prodajna cena	58	120
čas izdelave	12	25

Za izdelavo imamo v celem letu na voljo 2500 ur. Izdelati želimo vsaj 50 enot izdelka A in vsaj 25 enot izdelka B. Na voljo imamo 3000 denarnih enot lastnih sredstev in bančni kredit do 10000 denarnih enot z letno obrestno mero 12%. Banka zahteva, da znesek kredita ne presega polovice likvidnih sredstev našega podjetja, to je gotovine, ki ostane od investicije, in pritokov od prodaje. Sestavite linearni program, ki bo omogočal odločanje, kako financirati predvideni projekt. Kolikšen dobiček pričakujete?

2. Igralca X in Y igrata naslednjo igro s kovanci vrednosti a in b ($a, b > 0$). Vsak od njiju skriva kovanec. Če sta skrita kovanca enake vrednosti, dobi igralec X od nasprotnika dvakratno vrednost kovanca, ki ga je sam skrila. Če pa se vrednosti skritih kovancev razlikujeta, potem igralec Y dobi od igralca X skupno vrednost obeh skritih kovancev.

Zapiši matriko igre, izračunaj vrednost igre ter določi optimalni strategiji za oba igralca.

Nasvet: Dobljeni linearni program lahko enostavneje rešiš direktno, brez uporabe simpleksnega postopka.

3. [Kolokvij] Naj bo G dvodelen graf z dvodelnim razbitjem $V(G) = A \cup B$. Za $X \subseteq A$ z $N(X)$ označimo množico tistih točk iz B , ki imajo vsaj enega sosedo v X . Pri tem je $N(\emptyset) = \emptyset$.

(a) Dokaži naslednjo posplošitev Hallovega izreka: Moč največjega prirejanja v grafu G je enaka

$$|A| + \min \{|N(X)| - |X|; X \subseteq A\}.$$

(b) Naj bo \mathcal{D} družina tistih podmnožic množice A , za katere je gornji minimum dosežen. Dokaži, da v \mathcal{D} obstaja natanko ena množica najmanjše moči. Nasvet: za $X, Y \in \mathcal{D}$ pogledaj $X \cap Y$.

3. [Izpit] Problem najcenejše poti (PNP) ima za podatek omrežje G s cenami na povezavah in dve točki $s, t \in V(G)$. Iščemo pa pot od s do t , na kateri je vsota cen minimalna.

(a) Dokaži, da je problem PNP, pri katerem dovolimo tudi negativne cene povezav, NP-težek.

(b) Dokaži, da je problem PNP, pri katerem so cene povezav naravna števila, rešljiv v polinomskem času.

Čas reševanja: 110 minut. Točkovanje: 40, 30, 30.