

ZBIRKA KOLOKVIJEV IN IZPITOV IZ  
MATEMATIKE ZA ŠTUDENTE  
NARAVOSLOVNOTEHNIŠKE FAKULTETE

NIKA NOVAK

Ljubljana, junij 2017

Naslov: Zbirka kolokvijev in izpitov iz Matematike za študente Naravoslovnotehniške  
fakultete

Avtorica: Nika Novak

1. izdaja

Samozaložba Nika Novak

Dostopno na spletnem naslovu [www.fmf.uni-lj.si/~novakn](http://www.fmf.uni-lj.si/~novakn)

Kataložni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v Narodni in univerzitetni knjižnici v  
Ljubljani

COBISS.SI-ID=290662400

ISBN 978-961-283-961-1 (pdf)

# Kazalo

1	Matematika 1 - visokošolski strokovni študij	7
2	Matematika 2 - visokošolski strokovni študij	17
3	Matematika 1 za geologe	27
4	Matematika 2 za geologe	35
5	Matematika 2 - univerzitetni študij	43
6	Matematika 3 - univerzitetni študij	59



# Predgovor

Pričujoča zbirka starih kolokvijev in izpitov je nastala v študijskih letih 2013/2014 in 2014/15, ko sem vodila vaje na Naravoslovnotehnični fakulteti pri profesorju J. Bračiču. V njej so zbrane naloge tako za univerzitetne študente kot za študente visokošolskega strokovnega programa. Nekateri predmeti so se v preteklih letih spremenili, še vedno pa pokrivajo osnove matematične analize in linearne algebre. Želim vam veliko uspeha pri reševanju!

V Ljubljani, junij 2017.

Nika Novak



# Poglavje 1

## Matematika 1 - visokošolski strokovni študij

# 1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 1

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
28. november 2014

1. Poiščite največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik števil 2640 in 594.

2. Rešite neenačbo

$$|x - 3| + x - 2 < |x - 1|.$$

Množico rešitev zapišite kot interval ali unijo intervalov.

3. V kompleksni ravnini narišite množico

$$\mathcal{A} = \{z \in \mathbb{C}; |z - i| \leq 2 \text{ in } \text{Im}(z) > 0\}.$$

4. Poiščite vsa kompleksna števila  $z$ , za katera je

$$\begin{vmatrix} 4 & z & 4 \\ 2 & -1 & z \\ z & 1 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

5. Dane so matrike

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 3 & 4 & -1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 7 & -3 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte tiste od izrazov

- (a)  $A \cdot B + C$ ,
- (b)  $A \cdot B^T + C$ ,
- (c)  $A^T \cdot B + C$ ,
- (d)  $(A + B)^T \cdot C$ ,

ki jih lahko.



## 2. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 1

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
23. januar 2015

1. Rešite sistem enačb

$$\begin{aligned}x + 2y - z &= 3 \\4x - 2y + 5z &= 2 \\2x - 16y + 16z &= -14.\end{aligned}$$

2. Določite število  $x$ , da bo kot med vektorjema

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{x} \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} -\sqrt{x} \\ 3 \end{bmatrix}$$

enak  $\frac{\pi}{3}$ .

3. Dane so točke  $A(1, 0, 3)$ ,  $B(2, 1, 1)$  in  $C(1, 4, -2)$ . Poiščite točko  $D$ , da bo lik z oglišči  $ABCD$  paralelogram. Izračunajte še njegovo ploščino.

4. Poiščite aritmetično zaporedje, za katerega je vsota prvih 15 členov enaka 30 in velja

$$(2a_3 - a_6)a_2 = 2.$$

# 1. IZPIT IZ MATEMATIKE 1

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
28. januar 2015

1. Rešite neenačbo

$$x|x - 5| > 6.$$

Množico rešitev zapišite kot interval ali unijo intervalov.

2. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 4 & 6 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

Poiščite matriko  $X$ , za katero bo veljalo  $AX + I = A^T$ .

3. Določite kot med vektorjema

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Izračunajte še:

- (a) ploščino paralelograma, ki ga določata vektorja  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ ,  
(b) prostornino paralelepipeda, ki ga določajo vektorji  $\vec{a}, \vec{b}$  in  $\vec{a} \times \vec{b}$ .

4. Rešite sistem enačb

$$\begin{aligned} -x + 2y - 2z &= 6 \\ 2x - y - 3z &= 2 \\ 3x + y + 5z &= 6. \end{aligned}$$



### 3. IZPIT IZ MATEMATIKE 1

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
29. junij 2015

1. V prostoru so dane točke  $A(1, 0, 3)$ ,  $B(2, 5, 1)$  in  $C(1, 1, 1)$ . Izračunaj ploščino trikotnika in višino trikotnika na stranico  $AB$ .

2. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -3 & -1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

Poišči matriko  $X$ , za katero bo veljalo  $AX = B^T$ .

3. Dana so oglišča tetraedra  $A(3, 1, 0)$ ,  $B(4, 3, 1)$ ,  $C(2, 2, 0)$  in  $D(a, 0, 1)$ . Določi število  $a$  tako, da bo prostornina tetraedra enaka 1.

4. Poiščite geometrijsko zaporedje, katerega vsota prvih šestih členov je 63 in velja  $\frac{g_3}{g_5} = 4$ .

## 4. IZPIT IZ MATEMATIKE 1

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
19. avgust 2015

1. V prostoru so dane točke  $A(1, 1, 2)$ ,  $B(3, 1, -1)$  in  $C(2, 0, 1)$ . Poišči točko  $D$ , tako da bo  $ABCD$  paralelogram in izračunaj njegovo ploščino.

2. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Poišči matriko  $X$ , za katero bo veljalo  $XA = B^T$ .

3. Poišči število  $k$ , za katerega ima sistem

$$\begin{aligned} 2x + 5y + kz &= 0 \\ x + ky + 2z &= 0 \\ x + y + 2z &= 0 \end{aligned}$$

neskončno rešitev.

4. Poišči aritmetično zaporedje, za katerega velja

$$\begin{aligned} a_1 + a_5 &= 10 \\ a_2 \cdot a_4 &= 21. \end{aligned}$$

## 5. IZPIT IZ MATEMATIKE 1

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
1. september 2015

1. V prostoru so dane točke  $A(4, 1, 0)$ ,  $B(2, 2, 1)$  in  $C(1, 2, 3)$ . Izračunaj obseg in ploščino trikotnika  $ABC$ .

2. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Poišči matriko  $X$ , za katero bo veljalo  $AX = B^T$ .

3. Reši sistem enačb

$$\begin{aligned} -x - y + z &= 2 \\ 2x + 3y - 2z &= 2 \\ 2x - 5y + z &= -1. \end{aligned}$$

4. Poišči padajoče geometrijsko zaporedje, za katerega velja

$$\begin{aligned} g_1 + g_2 + g_3 &= \frac{21}{2} \\ 4g_4 &= g_2. \end{aligned}$$

## 6. IZPIT IZ MATEMATIKE 1

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
15. september 2015

1. V prostoru so dane točke  $A(2, 2, -1)$ ,  $B(3, 1, 4)$  in  $C(1, 2, 1)$ . Poišči točko  $D$ , tako da bo  $ABCD$  paralelogram in izračunaj njegovo ploščino.
2. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 5 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Poišči matriko  $X$ , za katero bo veljalo  $AX = B^T$ .

3. Reši sistem enačb

$$\begin{aligned} 2x - y + 2z &= 4 \\ -x + 2y - 3z &= 2 \\ 3x - y - 5z &= 0. \end{aligned}$$

4. Poišči padajoče aritmetično zaporedje, za katerega velja

$$\begin{aligned} a_3 + a_5 &= 16 \\ a_2 \cdot a_6 &= 55. \end{aligned}$$





## Poglavje 2

# Matematika 2 - visokošolski strokovni študij

# 1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
10. april 2015

1. (a) Izračunaj limito  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n+1}{3n-1} \right)^{n+2}$   
(b) Ali vrsta  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{2n + \sqrt{n^2 + 1}}$  konvergira?
2. Poišči enačbo premice, ki gre skozi točko  $A(1, 2)$  in skupaj s koordinatnima osema omejujejo trikotnik s ploščino 4.
3. Naj bo  $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$  in  $h(x) = e^{x+1}$ .
  - (a) Določi definicijsko območje funkcije  $f$  in njen inverz  $f^{-1}$ .
  - (b) Poišči funkcijo  $g$ , za katero velja  $f \circ g = h$ .
4. Določi ničle, pole, asimptoto in nariši funkcijo

$$f(x) = \frac{x^4 - 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 2}.$$

## 2. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
5. junij 2015

1. (a) Določi realni števili  $a$  in  $b$  tako, da bo funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin^2 ax}{x^2}, & x < 0 \\ bx + 4, & 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1-x^2}{x^2+x-2}, & 1 < x \end{cases}$$

zvezna.

- b Izračunaj limito

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+3}{x-2} \right)^{1-x}.$$

2. Poišči stacionarne točke funkcije

$$f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{1+x^2}$$

in jih klasificiraj. Določi še intervale naraščanja.

3. Izračunaj nedoločena integrala:

(a)  $\int (1-2x) \cos 2x \, dx$

(b)  $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} \, dx$

4. Naj bo

$$f(x) = \frac{3-x}{2x+2}.$$

- (a) Poišči tisto tangento na graf funkcije  $f(x)$ , ki je vzporedna s premico  $y = 2 - \frac{x}{2}$ .
- (b) Izračunaj prostornino telesa, ki nastane, ko lik, ki ga graf funkcije  $f(x)$  omejuje s koordinatnima osema, zavrtimo okoli abscisne osi.

# 1. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
15. junij 2015

1. Izračunaj limiti:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x+4} \right)^{3x}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\operatorname{tg}(5x)}.$$

2. Poišči ničle, pole, asimptoto in nariši graf funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x + 1}.$$

3. Poišči lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = \frac{2x}{1 + x^2}.$$

Določi še intervale, kjer je funkcija konkavna.

4. Izračunaj integrala:

$$(a) \int \frac{1}{x(1 + \ln^2 x)} dx$$

$$(b) \int_0^1 (1+x)e^x dx.$$

## 2. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
29. junij 2015

1. Izračunaj limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x + 3}{2x + 5} \right)^x$

(b)  $\lim_{x \rightarrow 4\pi} \frac{\sin 2x}{x - 4\pi}$ .

2. Določi definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije

$$f(x) = \frac{2}{x^2 + 3x + 2}.$$

3. Poišči lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = \frac{e^{-x}}{x - 1}.$$

Določi še intervale, kjer funkcija pada.

4. Izračunaj prostornino telesa, ki ga dobimo, če okoli osi  $x$  zavrtimo krivuljo

$$y = 1 + \sin x$$

med dvema zaporednima ničloma.

### 3. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
19. avgust 2015

1. Izračunaj limiti:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 3n} - n - 2)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-3}{x+2} \right)^{2x+1}.$$

2. Poišči ničle, pole, asimptoto in nariši graf funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 2}.$$

3. Poišči lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = \frac{\ln(2+x)}{2+x}.$$

Določi še intervale, kjer funkcija narašča.

4. Izračunaj prostornino telesa, ki ga dobimo, če okoli osi  $x$  zavrtimo krivuljo

$$y = x + e^x,$$

ko je  $x \in [0, 1]$ .

## 4. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
1. september 2015

1. Izračunaj limiti:

$$(a) \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 - 3n} - n - 2)$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x-3}{x+2} \right)^{2x+1}.$$

2. Poišči ničle, pole, asimptoto in nariši graf funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 + 2x + 1}{x - 2}.$$

3. Poišči lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = \frac{\ln(2+x)}{2+x}.$$

Določi še intervale, kjer funkcija narašča.

4. Izračunaj prostornino telesa, ki ga dobimo, če okoli osi  $x$  zavrtimo krivuljo

$$y = x + e^x,$$

ko je  $x \in [0, 1]$ .

## 5. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
15. september 2015

1. Izračunaj limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg}(3x)$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x-1}{3x+2} \right)^x$

2. Poišči ničle, pole, asimptoto in nariši graf funkcije

$$f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x - 3}{x^2 - x - 2}.$$

3. Poišči lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = (x^2 - 5)e^{2x}.$$

Določi še intervale, kjer funkcija narašča.

4. Izračunaj integrala:

(a)  $\int \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$

(b)  $\int (2 + x) \sin(x + 1) dx$



## 6. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
28. januar 2016

1. Izračunaj limiti:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x^2}$$

$$(b) \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+3} \right)^{x+1}$$

2. Poišči ničle, pole, asimptoto in nariši graf funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x}.$$

3. Poišči lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = 5 \ln(x^2 + 4) - 2x.$$

Določi še intervale, kjer funkcija narašča.

4. Izračunaj prostornino telesa, ki ga dobiš, če okoli osi  $x$  zavrtiš funkcijo

$$f(x) = x \cos x$$

na intervalu  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ .

## 7. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - visokošolski strokovni študij  
11. februar 2016

1. Izračunaj limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 3x}{x^2}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+3} \right)^{x+1}$

2. Poišči ničle, pole, asimptoto in nariši graf funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x}.$$

3. Poišči lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = 5 \ln(x^2 + 4) - 2x.$$

Določi še intervale, kjer funkcija narašča.

4. Izračunaj prostornino telesa, ki ga dobiš, če okoli osi  $x$  zavrtiš funkcijo

$$f(x) = x \cos x$$

na intervalu  $x \in [0, \frac{\pi}{2}]$ .

## Poglavje 3

### Matematika 1 za geologe

# 1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 1

NTF Geologija - univerzitetni študij

27. november 2013

1. Poiščite največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik števil 3960 in 726.

2. Rešite neenačbo

$$|x + 1| + |x - 2| \leq 2 + x.$$

Množico rešitev zapišite kot interval ali unijo intervalov.

3. Dane so matrike

$$A = \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 5 & 3 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad C = \begin{bmatrix} 4 & 6 \\ 7 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Poiščite matriko  $X$ , ki zadošča enačbi  $XA + B^T = C$ .

4. Določite  $k$ , da bo imel sistem enačb

$$\begin{aligned} 2x - y + 5z &= 3 \\ x + ky + z &= 12 \\ -x + 2y - 3z &= 2 \end{aligned}$$

več rešitev. Nato poiščite rešitve tega sistema.

5. Dani so vektorji

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ x \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ -1 \end{bmatrix}.$$

(a) Določite  $x$ , da bo vektor  $\vec{a} \times \vec{b}$  kazal v smeri vektorja  $\vec{c}$ .

(b) Izračunajte kot med vektorjema  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .

## 2. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 1

NTF Geologija - univerzitetni študij  
15. januar 2014

1. Naj bo

$$f(x) = \frac{3 + 2x - x^2}{x + 2}.$$

Poišči ničle, pole, asimptoto in začetno vrednost. Skiciraj graf funkcije.

2. Določi intervale naraščanja za funkcijo  $f(x) = \sin x - x \cos x$ .

3. S pomočjo diferenciala izračunaj približno vrednost funkcije  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  v točki  $x_0 = 3,9$ . Rezultat zapiši v decimalni obliki.

4. Izračunaj nedoločeni integral

$$\int \frac{(1 + \arcsin x)^3}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$$

5. Naj bo  $y = \ln(1 + x)$ .

(a) Določi enačbo tangente na krivuljo v točki  $x = e - 1$ .

(b) Določi ploščino lika, ki ga omejujejo  $y = \ln(1 + x)$ , tangenta iz točke (a) in os  $x$ .

# 1. IZPIT IZ MATEMATIKE 1

NTF Geologija - univerzitetni študij  
24. januar 2014

1. Rešite neenačbo

$$2|x - 3| - |x| > 6.$$

Množico rešitev zapišite kot interval ali unijo intervalov.

2. Rešite enačbo

$$\begin{vmatrix} -5 & 2 & x \\ x + 1 & 2 & -1 \\ 3 & 1 & 0 \end{vmatrix} = 3.$$

3. Zapišite enačbo premice skozi točko  $A(2, 1, -3)$ , ki je pravokotna na ravnino  $2x - 5y + z = 3$ .

4. Določite intervale padanja za funkcijo  $f(x) = \frac{5 - 2x}{x} e^{2x}$ .

5. Izračunajte nedoločen integral

$$\int (2x + 1) \sin 3x \, dx.$$

## 2. IZPIT IZ MATEMATIKE 1

NTF Geologija - univerzitetni študij  
7. februar 2014

1. Poiščite največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik števil 780 in 1638.

2. Poiščite rešitev sistema enačb

$$\begin{aligned}3x - y - 2z &= 4 \\4x - 6y - 10z &= 7 \\x + 2y + 3z &= 1\end{aligned}$$

3. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Poiščite matriko  $X$ , ki reši enačbo  $XA = B^T$ .

4. Določite definicijsko območje funkcije

$$y = \ln(8 - 2x - x^2)$$

in poiščite lokalne ekstreme.

5. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujejo

$$y = \cos 2x, \quad y = x - \frac{\pi}{4} \quad \text{in} \quad \text{os } y.$$

### 3. IZPIT IZ MATEMATIKE 1

NTF Geologija - univerzitetni študij  
13. junij 2014

1. Rešite neenačbo

$$x|x - 5| < 6.$$

Množico rešitev zapišite kot interval ali unijo intervalov.

2. Poiščite rešitev sistema enačb

$$\begin{aligned}x + 2y - z &= 3 \\2x - 5y + 2z &= 1 \\x + 11y - 5z &= 8\end{aligned}$$

3. Dana sta vektorja

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ -2 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ x \end{bmatrix}.$$

določite  $x$ , da bo kot med vektorjema  $\frac{\pi}{4}$ .

4. Določite definicijsko območje funkcije

$$f(x) = \frac{e^x}{x^2 - 4}$$

in poiščite lokalne ekstreme. Določite še intervale naraščanja.

5. Izračunajte nedoločeni integral

$$\int \frac{\ln x + 1}{x \ln x} dx.$$



## 4. IZPIT IZ MATEMATIKE 1

NTF Geologija - univerzitetni študij  
27. junij 2014

1. Poiščite realna števila  $t$  za katera velja

$$\begin{vmatrix} 1 & t \\ 2-t & 3 \end{vmatrix} > \begin{vmatrix} t-1 & 1 \\ -2 & 2 \end{vmatrix}.$$

2. Poiščite enačbo ravnine skozi točke  $A(1, 4, -2)$ ,  $B(2, -1, 1)$  in  $C(3, 2, 2)$ .

3. Poiščite lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = \frac{1}{x} + 2 \operatorname{arctg} x.$$

Določite še intervale naraščanja.

4. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta kvadratni funkciji

$$y = x^2 - 2x \quad \text{in} \quad y = 2 + x - x^2.$$

## 5. IZPIT IZ MATEMATIKE 1

NTF Geologija - univerzitetni študij  
5. september 2014

1. Dana je matrika

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}.$$

Poiščite matriko  $X$ , za katero bo veljalo  $AX + I = A^T$ .

2. Dan je paralelogram  $ABCD$ , pri katerem poznamo oglišča  $A(2, 1, 1)$ ,  $C(3, 1, 3)$  in  $D(4, 0, 1)$ . Določite koordinate oglišča  $B$  in ploščino paralelograma.

3. Določite definicijsko območje in lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{10 - 4x}.$$

Določite še intervale naraščanja.

4. Izračunajte prostornino vrtenine, ki nastane, če krivuljo  $y = x^2(2 - x)$  med obema ničloma zavrtimo okoli osi  $x$ .

## Poglavje 4

### Matematika 2 za geologe

# 1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

NTF Geologija - univerzitetni študij  
3. april 2015

1. Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$xy' = y + yx + x^3 e^{2x},$$

za katero je  $y(1) = 2e$ .

2. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y'' + 2y' - 8y = x + 2e^{2x}.$$

3. Dana je funkcija

$$f(x, y) = \ln \left( 1 - \sqrt{1 + \frac{x}{y}} \right).$$

- (a) Določi definicijsko območje funkcije in ga nariši.
- (b) Nariši nivojnici  $N_0$  in  $N_{\ln 1/2}$ .
- (c) Poišči zalogo vrednosti.

4. Naj bo

$$f(x, y) = (y^4 - x)e^x.$$

- (a) Poišči vse točke, v katerih je gradient funkcije ničeln.
- (b) Poišči vse enotske vektorje  $\vec{s}$ , za katere je smerni odvod  $\frac{\partial f}{\partial \vec{s}}(2, -1) = 0$ .

## 2. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

NTF Geologija - univerzitetni študij  
12. junij 2015

1. Poišči enačbo tangentna ravnine na graf funkcije

$$f(x, y) = x^2 \operatorname{arctg}(x + y)$$

v točki  $A(1, 0, z_0)$ .

2. Poišči stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = x^2 + 3xy^2 + 2y^2$$

in jih klasificiraj.

3. Naj bo

$$\iint_D f(x, y) \, dx \, dy = \int_0^1 dx \int_0^{\arcsin x} f(x, y) \, dy + \int_1^2 dx \int_0^{\frac{\pi}{2}(2-x)} f(x, y) \, dy.$$

(a) Zamenjaj vrstni red integriranja.

(b) Izračunaj integral v primeru, ko je  $f(x, y) = y$ .

4. Izračunaj težišče telesa z gostoto  $\rho(x, y, z) = z$ , za katerega velja

$$x^2 + y^2 \leq z \leq 2 - x^2 - y^2.$$

# 1. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Geologija - univerzitetni študij  
29. junij 2015

1. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y'' - 5y' + 6y = \sin 2x.$$

2. Določi definicijsko območje funkcije

$$f(x, y) = \ln(x^2 - y^2)$$

in ga nariši. Izračunaj še gradient funkcije v točki  $T(2, 1)$ .

3. Poišči največjo in najmanjšo vrednost funkcije

$$f(x, y) = x^2 - 2x + y^2 - 2y$$

na krogu  $x^2 + y^2 \leq 4$ .

4. Izračunaj integral

$$\iint_D \frac{xy}{(1 + (x^2 + y^2)^2)^2} dx dy,$$

kjer za območje  $D$  velja  $x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0$  in  $y \geq 0$ .

## 2. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Geologija - univerzitetni študij  
19. avgust 2015

1. Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$x \ln x y' + y = 2 \ln x,$$

za katero je  $y(e) = 2$ .

2. Dana je funkcija dveh spremenljivk

$$f(x, y) = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}.$$

Izračunaj gradient funkcije v točki  $T(1, 2)$  in izračunaj približno vrednost funkcije  $f(0.9, 2.2)$ .

3. Poišči stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = e^{-x}(x - y^2)$$

in jih klasificiraj.

4. Izračunaj trojni integral

$$\iiint_D (2x + 1) dx dy dz,$$

kjer za območje  $D$  velja  $x^2 + y^2 \leq 4$ ,  $y \geq 0$  in  $0 \leq z \leq y$ .

### 3. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Geologija - univerzitetni študij  
1. september 2015

1. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y'' + 2y' - 3y = 3x + 1.$$

2. Dana je funkcija dveh spremenljivk

$$f(x, y) = \ln(x^2 + 2y + 1).$$

(a) Določi definicijsko območje funkcije .

(b) Izračunaj smerni odvod funkcije v točki  $T(2, -1)$  v smeri vektorja  $\vec{s} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ .

3. Poišči stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = e^{x^2} - (x - y)^2$$

in jih klasificiraj.

4. Izračunaj trojni integral

$$\iiint_D (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz,$$

kjer za območje  $D$  velja  $x^2 + y^2 \leq z^2, x \geq 0$  in  $0 \leq z \leq 2$ .



## 4. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Geologija - univerzitetni študij  
15. september 2015

1. Poišči tiso rešitev diferencialne enačbe

$$x^2 y' + xy = \ln x$$

za katero je  $y(1) = 2$ .

2. Dana je funkcija dveh spremenljivk

$$f(x, y) = \frac{\sqrt{x-y}}{x^2 + y^2}.$$

- (a) Določi definicijsko območje funkcije in ga nariši.  
(b) Izračunaj gradient funkcije v točki  $T(2, 1)$ .

3. Poišči stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = e^{2x}(x + y^2 + 2y)$$

in jih klasificiraj.

4. Izračunaj trojni integral

$$\iiint_D (x + y + z) dx dy dz,$$

kjer za območje  $D$  velja  $x^2 + y^2 \leq z$ ,  $y \geq 0$  in  $z \leq 1$ .

## 5. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Geologija - univerzitetni študij  
28. januar 2016

1. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y'' - 2y' - 8y = (x + 4)e^{-x} + 2.$$

2. Dana je funkcija dveh spremenljivk

$$f(x, y) = \frac{\ln(2x - y)}{x^2 + y^2 - 1}.$$

- (a) Določi definicijsko območje funkcije in ga nariši.  
(b) Izračunaj gradient funkcije v točki  $T(2, 1)$ .

3. Poišči stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = (x^2 + y)e^{x-y}$$

in jih klasificiraj.

4. Izračunaj prostornino telesa določenega z neenakostmi

$$x^2 + y^2 \leq z, \quad z \leq 1 - x^2 - y^2 \quad \text{in} \quad x \geq 0.$$

## Poglavje 5

### Matematika 2 - univerzitetni študij

# 1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij

2. april 2014

1. Naj bodo  $a_1, a_2, a_3$  členi geometrijskega zaporedja, katerih vsota je 52. Če med  $a_2$  in  $a_3$  vrineš dve števili, dobiš aritmetično zaporedje. Poišči začetno zaporedje.

2. Poišči vse premice skozi točko  $A(0, 3)$ , ki se dotikajo kvadratne funkcije  $y = x^2 - 4x + 4$ .

3. Določi ničle, pole, asimptoto in nariši funkcijo

$$f(x) = \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^2 + x}.$$

Preveri, če je funkcija soda ali liha.

4. Reši enačbo

$$\frac{\sin x}{\sin x + \cos x} - \frac{\cos x}{\sin x - \cos x} = 2.$$

5. Določi števili  $a$  in  $b$ , da bo funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{x^2+2x} & ; x < 0 \\ 2x + 4 & ; 0 \leq x \leq 2 \\ x^{b-1} & ; 2 < x \end{cases}$$

zvezna.

## 2. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
6. junij 2014

1. S pomočjo diferenciala izračunaj približno vrednost funkcije  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$  v točki  $x_0 = 3,9$ . Rezultat zapiši v decimalni obliki.

2. Naj bo

$$f(x) = \frac{\ln(1+x^2)}{1+x^2}.$$

Določi definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, intervale naraščanja in padanja in ekstreme. Skiciraj graf funkcije.

3. Izračunaj nedoločeni integral

$$\int \frac{2x^3}{2x^3 + x - 6} dx.$$

4. Naj bo  $y = \ln x$ .

- (a) Določi enačbo tangente na krivuljo v točki  $x = e$ .
- (b) Določi prostornino vrtenine, ki jo dobiš, če okoli osi  $x$  zavrtiš lik, ki ga omejujejo funkcija  $y = \ln x$ , tangenta iz točke (a) in os  $x$ .

5. Poišči rešitev diferencialne enačbe

$$y' - 2xy = x,$$

za katero velja  $y(0) = 1$ .

# 1. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
13. junij 2014

1. Reši enačbo

$$4^x - 3 \cdot 2^{x+1} = 2^4.$$

2. Določi  $a$  in  $b$ , tako da bo funkcija

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin 4x}{x} & ; x < 0 \\ x + a & ; 0 \leq x \leq 3 \\ \frac{x^2 - b}{x^2 - 2x - 3} & ; x \geq 3 \end{cases}$$

zvezna.

3. Poiščite lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = \operatorname{tg} x - 2x.$$

Določite še intervale naraščanja.

4. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujejo

$$y = x \cos 2x; \quad y = x - \frac{\pi}{4} \quad \text{in} \quad \text{os } y.$$

5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$(1 + x^2)y' - xy = \sqrt{1 + x^2},$$

ki ustreza začetnemu pogoju  $y(1) = 0$ .

## 2. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
27. junij 2014

1. Določite ničle, pole, asimptoto in narišite funkcijo

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x}{1 + x}.$$

2. Izračunajte limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(2\pi x)}{x - 1}$

(b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 - 3x} - x).$

3. Določite število  $A$  tako, da bo imela funkcija

$$f(x) = A \operatorname{arctg}(2x) - 2 \operatorname{arctg} x$$

lokalna ekstrema v točkah  $x = \pm 1$ . Določite še intervale naraščanja.

4. Izračunajte prostornino telesa, ki ga dobimo, če krivuljo

$$y = \sin x, \quad 0 \leq x \leq \pi$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

5. Poiščite rešitev diferencialne enačbe:

$$y' = -\sin x \cos^2 y,$$

ki ustreza začetnemu pogoju  $y(0) = 0$ .

### 3. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
5. september 2014

1. Reši enačbo

$$2 \sin^2 x - \cos x = 1.$$

2. Izračunajte limiti:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{2 - 3x}{2 + 5x} \right)^{\frac{2}{x}}$

(b)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4^{n+2} + 2^{2n} - 1}{4^{n+3} + 3^n}.$

3. Dana je funkcija

$$f(x) = \frac{x - \sqrt{x} - 2}{x - 5}.$$

Določite njeno definicijsko območje, ničle, pole, asimptote in lokalne ekstreme.  
Narišite še graf.

4. Izračunajte prostornino telesa, ki ga dobimo, če krivuljo

$$y = \frac{e^x}{e^{2x} + 1}; \quad 1 \leq x \leq 2$$

zavrtimo okoli osi  $x$ .

5. Poiščite splošno rešitev diferencialne enačbe

$$xy' - (x + 1)y = e^x.$$



## 4. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
17. september 2014

1. Dana je funkcija

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{2}{x} & ; x \leq -1 \\ a \operatorname{arctg} x & x > -1 \end{cases}$$

- (a) Določite konstanto  $a$ , tako da bo funkcija zvezna na vsej realni osi.  
(b) Narišite graf funkcije.

2. Poiščite enačbo tangente na

$$f(x) = xe^x - \ln(1 - x)$$

v točki  $x_0 = 0$  in izračunajte približno vrednost funkcije  $f(0, 1)$ .

3. Dana je funkcija

$$f(x) = x\sqrt{1 - x^2}.$$

Določite definicijsko območje, zalogo vrednosti, ničle, ekstremne in poiščite lokalne ekstreme, intervale naračanja in padanja. Narišite še njen graf.

4. Izračunajte ploščino lika, ki ga oklepa krivulja

$$y = (2x + 1) \sin x$$

z osjo  $x$  na intervalu  $[0, \pi]$ .

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe

$$(4 + x^2)y' + xy = 2x,$$

za katero je  $y(0) = 1$ .

# 1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
17. april 2015

1. Dani sta matriki

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 5 \\ -3 & 1 & 4 \\ -8 & 3 & 10 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Poišči matriko  $X$ , za katero je

$$AXA^{-1} + 2I = B^{\top}.$$

2. Dana so oglišča tetraedra  $A(3, 1, 0)$ ,  $B(4, 3, 1)$ ,  $C(2, 2, 0)$  in  $D(a, 0, 1)$ . Določi število  $a$  tako, da bo prostornina tetraedra enaka 1. Določi še višino, ki gre skozi oglišče  $D$ .

3. Poišči vsa realna števila  $x$ , za katera velja

$$\left| \begin{array}{cccc} 2 & 1 & x & 3 \\ -3 & 0 & 2 & x \\ 1 & 1 & 1-x & 4 \\ 3 & 2 & -1 & 0 \end{array} \right| < 4x^2.$$

4. Obravnavaj sistem enačb glede na različne vrednosti parametra  $k$

$$\begin{aligned} 2x + y - z &= 0 \\ x + ky + 4z &= 2 \\ x + 4y + kz &= 2. \end{aligned}$$

## 2. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
12. junij 2015

1. Zapiši enačbo ravnine skozi točko  $A(1, 1, 1)$ , ki je vzporedna premici

$$x - 1 = \frac{y - 3}{2} = \frac{z + 2}{0}$$

in je od nje oddaljena 3 enote.

2. Z  $\mathbb{R}_n[x]$  označimo prostor vseh polinomov stopnje največ  $n$ .

- (a) Preslikava  $\mathcal{A} : \mathbb{R}_2[x] \rightarrow \mathbb{R}_2[x]$  je podana s predpisom

$$\mathcal{A}(ax^2 + bx + c) = (-2a + 2b - c)x^2 + (a + c)x + (3a + 2b + 4c).$$

Pokaži, da je  $\mathcal{A}$  linearna in določi matriko, ki ji pripada v standardni bazi  $\{1, x, x^2\}$ .

- (b) Poišči jedro preslikave  $\ker \mathcal{A}$ .

3. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -6 & 3 \\ -6 & -8 & 6 \\ -3 & -6 & 7 \end{bmatrix}.$$

4. Dana je krivulja v prostoru

$$\vec{r}(t) = (e^{2t} \cos t, e^{2t} \sin t, e^{2t}), \quad t \geq 0.$$

- (a) Poišči naravni parameter.  
(b) Poišči torzijsko in fleksijsko ukrivljenost v točki  $t = 1$ .

# 1. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
15. junij 2015

1. Dani so vektorji

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} \lambda \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ -2\lambda \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{in} \quad \vec{c} = \begin{bmatrix} 3\lambda \\ -3 \\ 4 \end{bmatrix}.$$

Določi število  $\lambda$  tako, da bodo vektorji  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  in  $\vec{c}$  ležali na isti ravnini.

*Namig: Izračunaj prostornino paralelepipeda, ki ga določajo.*

2. Rešite sistem enačb

$$\begin{aligned} -x - y + z &= 2 \\ 2x + 3y - 2z &= 2 \\ 2x - 5y + z &= -1. \end{aligned}$$

3. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 2 \\ 1 & 4 & 1 \\ -2 & -4 & -1 \end{bmatrix}.$$

4. Dana je krivulja v prostoru

$$\vec{r}(t) = \left( t, \frac{t^2}{3}, \frac{2t^3}{27} \right).$$

- (a) Izračunaj dolžino krivulje od točke  $A(-3, 3, -2)$  do točke  $B(3, 3, 2)$ .
- (b) Dokaži, da je v vsaki točki na krivulji kot med tangento krivulje in ravnino  $x + z = 3$  enak in ga izračunaj.

## 2. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
29. junij 2015

1. Zapiši enačbo ravnine, ki gre skozi točki  $A(1, 3, 4)$  in  $B(2, 5, 3)$  ter je pravokotna na ravnino  $x + y + 2z = 1$ .

2. Rešite sistem enačb

$$\begin{aligned}x + y + 2z + 3u - v &= 5 \\x + 2y + z + 5u - v &= 5 \\-x + y - 4z + 2u &= -3 \\2x - y + 7z - 2u &= 6.\end{aligned}$$

3. Določi število  $k$  tako, da bo 0 lastna vrednost matrike

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 0 & 3 & k \\ 0 & 4 & -1 \end{bmatrix}.$$

Poišči še lastni vektor, ki pripada lastni vrednosti 0.

4. Poišči naravno parameterizacijo krivulje

$$\vec{r}(t) = \left( t - \sin t, 1 - \cos t, 4 \sin \frac{t}{2} \right)$$

ter izračunaj njeno fleksijsko ukivljenost v točki  $(0, 0, 0)$ .

### 3. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
19. avgust 2015

1. Dane so točke  $A(2, 1, 0)$ ,  $B(1, -1, 2)$  in  $C(3, 1, 1)$ . Poišči točko  $D$ , tako da je prostornina tetraedra  $ABCD$  enaka  $1/2$  in je vektor  $\vec{AD}$  pravokoten na ravnino skozi točke  $A$ ,  $B$  in  $C$ .

2. Rešite sistem enačb

$$\begin{aligned}x + 3y + 2z - u &= 4 \\x - 2y + 3z - 2u &= -3 \\2x + y - 2z + u &= 6 \\x - y - z &= 0.\end{aligned}$$

3. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 6 & -6 \\ -1 & 6 & -2 \\ -3 & 6 & 0 \end{bmatrix}.$$

4. Izračunaj fleksijsko in torzijsko ukrivljenost krivulje

$$\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, t)$$

v točki  $(1, 0, 0)$ .

## 4. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
1. september 2015

1. Dani sta točki  $A(3, 2, 1)$  in  $B(1, 1, a)$ . Točka  $C$  naj bo pravokotna projekcija točke  $A$  na ravnino  $x + 2y - z = 0$ . Določi število  $a$ , tako da bo ploščina trikotnika  $ABC$  enaka  $\frac{3}{2}\sqrt{11}$ .

2. Rešite sistem enačb

$$\begin{aligned}2x + y + z - 2u &= 1 \\x - y + 2z + 2u &= 2 \\x + y - 3z + 2u &= 0 \\4x + y + 2u &= 3.\end{aligned}$$

3. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -6 & 8 \\ -1 & 5 & 4 \\ -3 & 6 & 7 \end{bmatrix}.$$

4. Izračunaj fleksijsko ukrivljenost krivulje

$$\vec{r}(t) = (t \cos(2\pi t), t \sin(2\pi t), t^2)$$

v točki  $(1, 0, 1)$ .

## 5. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
15. september 2015

1. Naj bo  $A$  točka, v kateri premica  $p : x - 1 = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$  prebada ravnino  $x + y - 3z = 2$ . Poišči točko  $B$  na premici  $p$ , tako da bo ploščina trikotnika, ki ga določajo točke  $A$ ,  $B$  in koordinatno izhodišče, enaka  $\sqrt{35}$ .

2. Rešite sistem enačb

$$\begin{array}{rccccrcr} x & + & 2y & + & 3z & - & u & = & 3 \\ 2x & - & 3y & - & z & + & u & = & 5 \\ 3x & + & y & + & 2z & - & 2u & = & -1 \\ & & & & & & 2y & - & 2u & = & -9. \end{array}$$

3. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 4 \\ -4 & 1 & -1 \\ 4 & -4 & -2 \end{bmatrix}.$$

4. Izračunaj fleksijsko ukrivljenost krivulje

$$\vec{r}(t) = (\cos(\pi t), \sin(\pi t), 2t)$$

v točki  $(-1, 0, 2)$ .



## 6. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
28. januar 2016

1. Poišči enačbo tiste ravnine skozi točko  $A(1, 2, 3)$ , katere presek s premicama

$$p_1 : x - 1 = \frac{y - 2}{3} = 1 - z$$

$$p_2 : \frac{x - 2}{2} = \frac{y - 1}{0} = z + 2$$

je prazen.

2. Rešite sistem enačb

$$\begin{aligned} x + 2y - 2z + 3u &= -1 \\ 2x + 3y - z + u &= 3 \\ 3x + y - z - 2u &= -5 \\ 2x - 2z &= -9. \end{aligned}$$

3. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -3 & -1 \\ 8 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

4. Izračunaj fleksijsko in torzijsko ukrivljenost krivulje

$$\vec{r}(t) = (t, \sin t, \cos t)$$

v točki  $(\pi, 0, -1)$ .

## 7. IZPIT IZ MATEMATIKE 2

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
11. februar 2016

1. Dani sta točki  $A(1, 2, 2)$  in  $B(2, 3, 0)$ . Poišči točko  $C$  na premici  $p : x - 2 = \frac{y-2}{3} = \frac{z-0}{2}$ , tako da bo ploščina trikotnika  $ABC$  enaka  $\sqrt{5}$ .

2. Rešite sistem enačb

$$\begin{aligned}x + 2y - 3z + u &= 2 \\2x + y - z + 2u &= 1 \\3x - y + 2z - u &= 3 \\4y - 6z + 4u &= 0.\end{aligned}$$

3. Poišči lastne vrednosti in lastne vektorje matrike

$$A = \begin{bmatrix} -7 & -3 & -1 \\ 8 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \end{bmatrix}.$$

4. Naj bo  $\mathbb{R}_2[x]$  prostor vseh polinomov stopnje 2 ali manj.

- (a) Pokaži, da je odvajanje linearna preslikava na tem prostoru.
- (b) Zapiši matriko, ki pripada odvajanju glede na bazo  $e_0(x) = 1$ ,  $e_1(x) = 1 + x$ ,  $e_2(x) = 1 + x + x^2$ .

## Poglavje 6

### Matematika 3 - univerzitetni študij

# 1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 3

NTF Montanistika - univerzitetni študij

28. november 2014

1. V diferencialno enačbo

$$2xy' + 1 = y + \frac{x^2}{y-1}$$

vpelji novo spremenljivko  $z = y - 1$  in jo reši.

2. Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$y'' - 4y' + 3y = (2x + 1)e^{3x},$$

za katero je  $y(0) = 1$  in  $y'(0) = 2$ .

3. Reši sistem diferencialnih enačb

$$y' = 2y + 3z$$

$$z' = 4y + z.$$

4. Določi definicijsko območje funkcije

$$f(x, y) = \operatorname{arctg} \sqrt{1 + \frac{y}{x}}.$$

in ga nariši. Poišči še zalogo vrednosti.

5. Določi število  $a$ , da bo funkcija

$$f(x, y) = \begin{cases} \cos \frac{y^3}{(x-1)^2 + y^2}; & (x, y) \neq (1, 0) \\ a; & (x, y) = (1, 0) \end{cases}$$

zvezna.

## 2. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE 3

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
21. januar 2015

1. Določi enačbo tangentne ravnine na graf funkcije

$$f(x, y) = \ln(x - y) - \ln(1 + y^2)$$

v točki  $T(2, 1, z_0)$ .

2. Poišči vse stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = 2y + \frac{1}{x + y} + e^{x-y}$$

in jih klasificiraj.

3. Naj bo

$$\iint_D f(x, y) \, dx dy = \int_0^1 dx \int_0^{\frac{2}{\pi} \arcsin x} f(x, y) \, dy + \int_1^2 dx \int_0^{2x-x^2} f(x, y) \, dy.$$

- (a) Zamenjaj vrstni red integriranja.  
(b) Izračunaj težišče območja  $D$ .

4. Izračunaj integral

$$\iiint_V (x + y + z) \, dV$$

po območju  $V$ , podanem z

$$x^2 + y^2 - 1 \leq z \quad \text{in} \quad x^2 + y^2 \geq 2z.$$

# 1. IZPIT IZ MATEMATIKE 3

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
28. januar 2015

1. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y'' + y' - 6y = 3 \sin 2x + e^{-3x}.$$

2. Poišči definicijsko območje funkcije

$$f(x, y) = \ln(\arcsin(x^2 + y^2))$$

in ga nariši. Določi še zalogo vrednosti.

3. Poišči stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = x^2 + 3xy^2 + 2y^2$$

in jih klasificiraj.

4. Izračunaj prostornino telesa, za katerega velja

$$x^2 + y^2 \leq 9, \quad x + y + z \leq 3 \quad \text{in} \quad z \geq 0.$$

## 2. IZPIT IZ MATEMATIKE 3

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
11. februar 2015

1. Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$(2yy' - x)(x^2 - 1) = xy^2.$$

za katero je  $y(2) = 1$ .

2. Določi število  $a$ , da bo funkcija

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x^2 - y^2)(y+1) + 2y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ a & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

zvezna.

3. Poišči stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = (x^2 + y^2 - 5)e^{-y/2}$$

in jih klasificiraj.

4. Izračunaj maso in težišče lika  $D$ , ki je določen z neenakostmi

$$1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, \quad x \geq 0 \quad \text{in} \quad y \geq 0,$$

in ima gostoto  $f(x, y) = \frac{1}{1+x^2+y^2}$ .

### 3. IZPIT IZ MATEMATIKE 3

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
15. junij 2015

1. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y'' + 2y' + 2y = 2 \cos 3x.$$

2. Poišči definicijsko območje funkcije

$$f(x, y) = \sqrt{\cos \frac{\pi(x^2 + y^2)}{2}}$$

in ga nariši. Določi še zalogo vrednosti.

3. Poišči stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = (x + y)e^{x-y}$$

in jih klasificiraj.

4. Izračunaj težišče telesa z gostoto  $\rho(x, y, z) = 1$ , za katerega velja

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \quad x^2 + y^2 \leq z^2 \quad \text{in} \quad z \geq 0.$$



## 4. IZPIT IZ MATEMATIKE 3

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
29. junij 2015

1. Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$2y' + \frac{3y}{x \ln x} = 3\sqrt[3]{y},$$

za katero je  $y(e) = 0$ .

2. Dana je funkcija

$$f(x, y) = \ln(x^2 - y^2) + 2x.$$

- (a) Določi definicijsko območje in ga nariši.  
(b) Poišči stacionarne točke in jih klasificiraj.

3. Izračunaj dvojni integral

$$\iint_D y dx dy,$$

če za območje  $D$  velja  $x^2 + y^2 \leq 1$  in  $x^2 - 2x + y^2 \leq 1$ .

4. Izračunaj težišče telesa določenega z neenakostmi

$$z \leq x^2 + y^2 \leq 2z \quad \text{in} \quad x^2 + y^2 \leq 1.$$

## 5. IZPIT IZ MATEMATIKE 3

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
19. avgust 2015

1. Poišči splošno rešitev diferencialne enačbe

$$y'' - 6y' + 9y = 2xe^{3x} + 3 \cos 3x.$$

2. Poišči stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = (4x^2 + 3)e^{-x^2 - y^2}$$

in jih klasificiraj.

3. Izračunaj dvojni integral

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy,$$

če je območje  $D$  paralelogram omejen s premicami  $y = x, y = x + 1, y = 1$  in  $y = 2$ .

4. Izračunaj prostornino telesa določenega z neenakostima

$$x^2 + y^2 \leq 4z^2 \quad \text{in} \quad x^2 + y^2 \leq 3 - z.$$

## 6. IZPIT IZ MATEMATIKE 3

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
1. september 2015

1. Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$y' - \frac{4xy}{x^2 - 1} = 8x\sqrt{y},$$

za katero je  $y(0) = 1$ .

2. Poišči stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = 2 \ln(3 + x^2 + 3y^2) - x - 3y^2$$

in jih klasificiraj.

3. Izračunaj dvojni integral

$$\iint_D \sin(\sqrt{x^2 + y^2}) dx dy,$$

če za območje  $D$  velja  $x^2 + y^2 \leq \pi$  in  $y \geq 0$ .

4. Izračunaj težišče telesa določenega z neenakostmi

$$x^2 + y^2 \leq z^2, \quad z \geq 0 \quad \text{in} \quad 2z \leq x^2 + y^2 + 1.$$

## 7. IZPIT IZ MATEMATIKE 3

NTF Montanistika - univerzitetni študij  
15. september 2015

1. Poišči tisto rešitev diferencialne enačbe

$$y'' + 3y' - 4y = 2xe^x + \sin(4x),$$

za katero je  $y(0) = 0$  in  $y'(0) = 1$ .

2. Poišči stacionarne točke funkcije

$$f(x, y) = (x^2 + y)e^{x-y}$$

in jih klasificiraj.

3. Izračunaj dvojni integral

$$\iint_D (x^2 + y^2) dx dy,$$

če je območje  $D$  trikotnik z oglišči  $A(0, 0)$ ,  $B(3, 1)$  in  $C(2, 3)$ .

4. Izračunaj prostornino telesa določenega z neenakostmi

$$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, \quad x^2 + y^2 \leq z^2 \quad \text{in} \quad z \geq 0.$$