Ugotavljanje stabilnosti s testiranjem in Bodejevimi diagrami

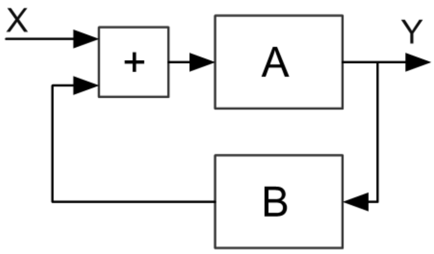
Od vseh mogočih sistemov ali elektronskih vezij so praktično uporabna le tista, kjer je odziv posledica vzbujanja in kjer odziv potem, ko je vzbujanje končano, sčasoma zamre. Sisteme, katerih odziv narašča tudi potem, ko je vzbujanje končano, imenujemo nestabilne in jih ne moremo uporabljati.

Če imamo na razpolago prenosno funkcijo, ki opisuje sistem in je ta prenosna funkcija enostavna, ji lahko poiščemo pole in preverimo njihovo lego v kompleksni ravnini. Če vsi poli prenosne funkcije ležijo v levi polovici kompleksne ravnine, je sistem stabilen in uporaben. Žal mnogokrat prenosne funkcije sistema ne poznamo ali pa je tako komplicirana, da ne znamo poiskati njenih polov. Zato iščemo kriterij za določanje stabilnosti, ki temelji na testih sistema in ne na poznavanju njegove prenosne funkcije.

Za naraščanje izhodne vrednosti signala potem, ko je vzbujanje končano, je potrebna energija, ta pa mora od nekod priti v vezje, sicer jo sčasoma zmanjka in odziv izzveni. Iz tega sklepamo, da so tista vezja, v katerih nastopajo le pasivni elementi (uporniki, kondenzatorji, tuljave, …), po definiciji stabilna. Težave se lahko pojavijo le v vezjih, kjer nastopajo aktivni elementi s svojimi lastnimi viri energije, kot so na primer tranzistorji ali operacijski ojačevalniki. V takih vezjih neizbežno pride do povratnih vezav, to je do vpliva izhodnega signala na vhodni. Za primer lahko služi operacijski ojačevalnik, ki je vedno uporabljen v vezjih s povratno vezavo. Pri tranzistorskih vezjih pride do povratne vezave že zaradi bližine spojev v tranzistorjih, kjer spreminjanje napetosti na elektrodi kolektorja preko kapacitivnosti med kolektorjem in bazo vpliva na vhodni tok v priključek baze. Povratno vezavo v fizikalnem sistemu lahko, na primer, predstavlja tudi operater v jedrski elektrarni, saj opazuje odčitke inštrumentov in s svojim znanjem preko spreminjanja parametrov delovanja elektrarne uravnava njeno delovanje. V aktivnih sistemih je torej vedno prisotna povratna vez med izhodnim signalom in ostalimi (vhodnimi) elementi v sistemu, zato lahko tak sistem s povratno vezavo narišemo z dvema blokoma po sliki 1.

Sistemu pripišemo njegovo funkcijo A , ki opisuje relacijo med izhodnim in vhodnim signalom v sistem, povratni vezavi pa njeno lastno funkcijo B. Iz bločnega diagrama takega sistema s povratno vezavo lahko izpišemo relacijo med izhodnim in vhodnim signalom:

$$y = x\frac{A}{1-AB}$$



Slika 1: Sistem s povratno vezavo

Noben sistem se ne odzove na vzbujanje v hipu, zato za lažjo interpretacijo pripišimo obema še časovno zakasnitev:

$$A = \frac{\alpha}{1+\tau_A p} \qquad \text{in} \qquad B = \frac{\beta}{1+\tau_B p}$$

Poskusimo s poenostavljenim razmišljanjem mimo matematike in prenosnih funkcij: naj bosta sorazmernostna faktorja $\alpha = 10$ in $\beta = 0{,}05$. Ko priključimo na vhod x signal z vrednostjo 1, se blok A odzove in na njegovem izhodu se po nekaj časa pojavi signal, ki je desetkratnik vhodnega signala. Ta signal prevzame spodnji blok *B* in da na svojem izhodu signal z vrednostjo 0,5, kar se prišteje k vhodnemu signalu, zato postane izhodni signal zgornjega bloka *A* vreden 15. To vrednost spet prevzame spodnji blok in naredi iz nje signal z vrednostjo 0,75, kar povzroči izhodni signal $y = 17{,}5$ …..

Sklepanje nadaljujemo in vidimo, da se izhodni signal eksponentno približuje končni vrednosti 20, zaporedne vrednosti izhodnega signala pa so: $x\alpha, x\alpha(1+\alpha\beta),\ x\alpha(1+\alpha\beta+(\alpha\beta)^2),\ \ldots$.

Stvari se bistveno spremenijo, če se poveča vpliv povratne vezave β; vzemimo, da je tokrat faktor $\beta = 0{,}2$. Potem si vrednosti izhodnega signala sledijo: 10, 30, 70, 150, … in izhodni signal kaj hitro pobegne v neskončnost. To je videti že iz prej zapisane vrste, ki je konvergentna takrat, ko je produkt $|\alpha\beta| < 1$. Če torej izhodni signal po poti skozi sistem in povratno vezavo postane večji od vrednosti, ki jo ima vhodni signal, izhodni signal sčasoma pobegne proti neskončnosti in za tak sistem trdimo, da je nestabilen.

Test stabilnosti bo torej enostaven, čeprav ne poznamo prenosne funkcije sistema: prerežimo povratno vezavo sistema in ob znanem vzbujanju pomerimo velikost signala, ki se vrne po povratni zanki: če je ta večji od vzbujalnega, bo sistem skupaj s povratno zanko nestabilen. Do nestabilnosti je prišlo zato, ker je povratni signal večji od vzbujanja in se k njemu prišteva.

Enako razmišljanje lahko prilagodimo tudi izmeničnemu vhodnemu signalu, le da moramo biti tokrat previdnejši: če signal, ki pride po povratni vezavi, ni v fazi z vzbujalnim signalom, ne more povečati njegove velikosti. Povečanje vzbujalnega signala povzroči le signal, ki ima isto fazo kot vzbujalni. Zato kriterij za stabilnost zapišemo:

Sistem s povratno vezavo ni stabilen, če se po poti skozi sistem in povratno zanko vrne signal, ki je v fazi z vhodnim signalom in je od njega večji (ali vsaj enako velik).

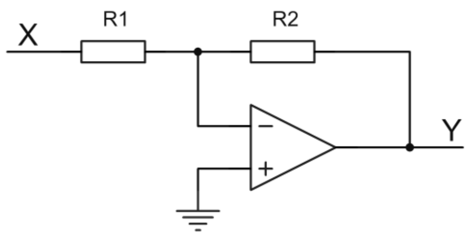
S povedanim sestavimo boljši recept za testiranje stabilnosti sistema s povratno vezavo:

a) Prerežimo povratno zanko tako, da to ne vpliva na velikost signalov v povratni zanki.
b) Vzbujajmo sistem na prerezanem delu s harmonskim signalom pri različnih frekvencah in opazujmo signal, ki se vrne skozi povratno zanko ter zabeležimo njegovo amplitudno in fazno karakteristiko (odvisnost velikosti in faze v odvisnosti od frekvence).
c) Če v zabeleženih karakteristikah najdemo frekvenco, kjer je povratni signal v fazi z vzbujalnim (kot med njima je mnogokratnik od 360 stopinj) in je od njega večji, potem je ta sistem s sklenjeno povratno zanko nestabilen, njegov odziv pa narašča proti neskončnosti. Če je najdena frekvenca enaka nič, izhodni signal enostavno eksponentno narašča proti neskončnosti. Če je ta frekvenca od nič različna, izhodni signal niha, ovojnica tega nihanja pa se eksponentno povečuje.

Preskusimo ta recept na nekaj zgledih.

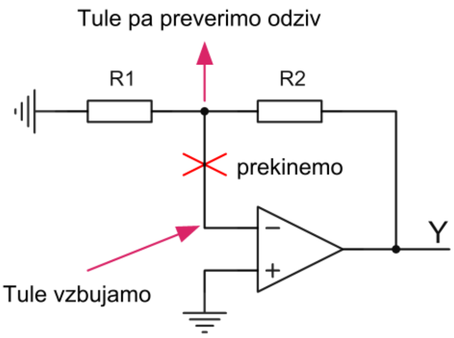
Ojačevalna stopnja z operacijskim ojačevalnikom

Shema vezja je na sliki 2, za testiranje to vezje predelamo na sliki 3: vhodni signal *x* naj bo nič, povezavo do invertiranega vhoda v operacijski ojačevalnik pa prekinemo. Novo vzbujanje priključimo na invertirani vhod operacijskega ojačevalnika, opazujemo pa signal, ko ga vrača povratna vezava na prekinjenem mestu, kar je še enkrat narisano na sliki 4.

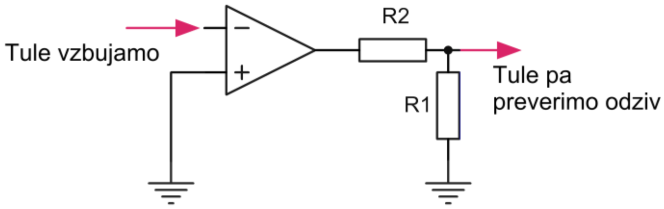


Slika 2: Ojačevalna stopnja

Amplitudna in fazna karakteristika običajnega operacijskega ojačevalnika sta na sliki 5. Za enosmerne signale je ojačenje 1e5, a se pri 100 Hz začne zmanjševati in pade na vrednost 1 blizu frekvence 10 MHz, od tu pa se zmanjšuje še hitreje. Pravimo,



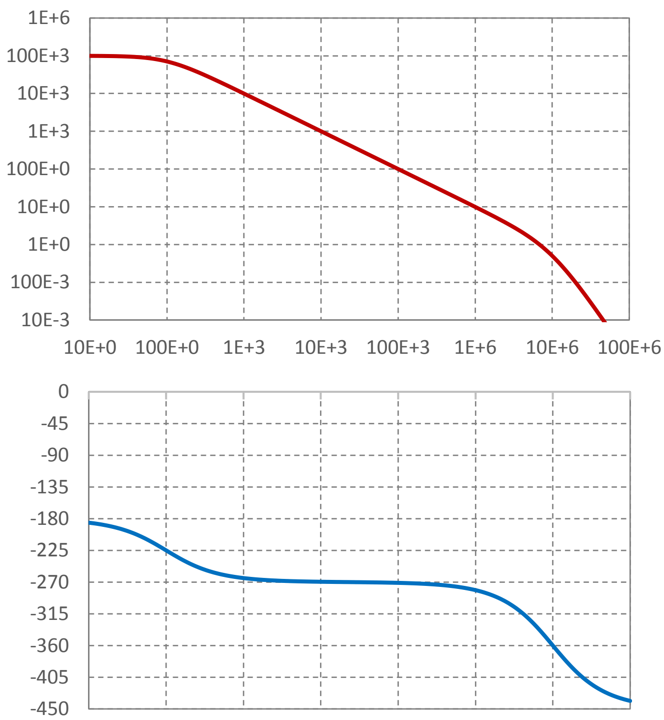
Slika 3: Shema ojačevalne stopnje za testiranje



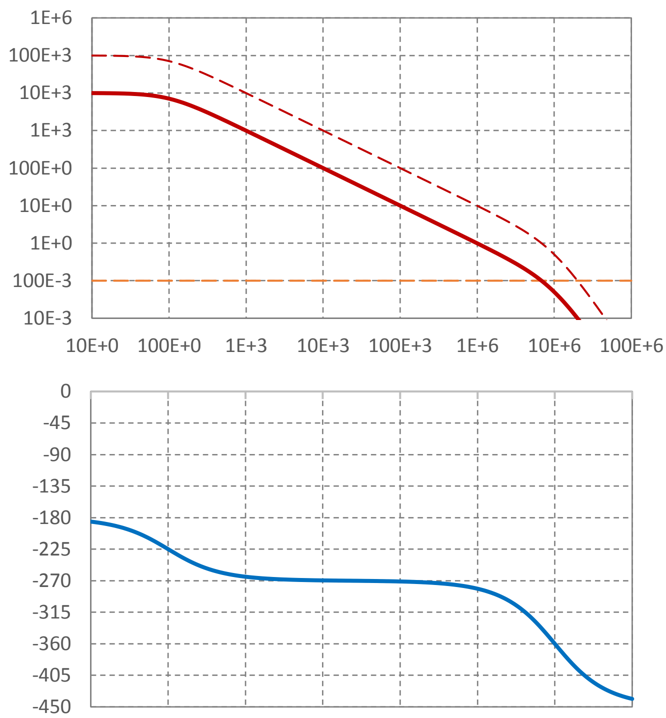
Slika 4: Shema iste ojačevalne stopnje, narisana malo drugače

da ima operacijski ojačevalnik en pol pri frekvenci 100 Hz in en dvojni pol pri frekvenci 10 MHz. Obe prelomni točki je videti tudi v fazni karakteristiki. Za majhne frekvence je fazni kot 180 stopinj zaradi priključitve vhodnega signala na invertirani vhod operacijskega ojačevalnika. Eno dekado pred prelomno frekvenco se začne fazni kot povečevati in doseže skoraj -270 (-180 + (-90)) stopinj pri frekvenci, ki je eno dekado nad prelomno pri 100 Hz. Fazni kot se začne spet povečevati eno dekado pred frekvenco dvojnega pola, to je pri 1 MHz. Tu pada strmeje in doseže vrednost -450 (-180 + (-90) + (2 x (-90))) stopinj pri frekvenci malo nad 100 MHz.

Če tak operacijski ojačevalnik uporabimo v stopnji ojačevalnika, ki vhodni signal x poveča za desetkrat, moramo izbrati upornika R2 in R1 v razmerju ${R_2}/{R_1} = 10$, zato pripišemo delilniku napetosti, ki sledi operacijskemu ojačevalniku na sliki 4 ojačenje ${R_1}/{R_1 + R_2} \approx 0{,}1$. Narišimo obe karakteristiki za



Slika 5: Amplitudna in fazna karakteristika običajnega operacijskega ojačevalnika; abscisna os predstavlja frekvenco in je v [Hz], ordinatni osi pa predstavljata ojačenje oziroma fazni kot v stopinjah



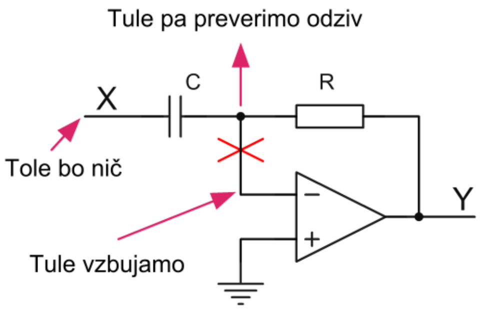
Slika 6: Amplitudna in fazna karakteristika ojačevalne stopnje s slike 4; enote enako kot prej

operacijski ojačevalnik in uporovni delilnik skupaj na sliki 6 ter poskusimo z receptom za določanje stabilnosti. Z rdečo črtkano črto je tokrat označena amplitudna karakteristika operacijskega ojačevalnika, z oranžno črtkano črto pa amplitudna karakteristika delilnika napetosti. Obe karakteristiki skupaj sta predstavljeni s polno debelo rdečo črto. Ker delilnik napetosti ne suka faznega kota, je skupna fazna karakteristika za vezje s slike 4 kar enaka fazni karakteristiki za operacijski ojačevalnik.

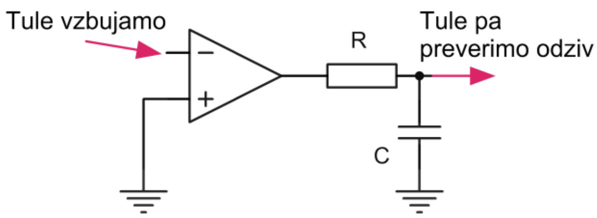
Izhodni signal se po fazi poravna z vhodnim (fazni kot je 360 stopinj) pri frekvenci 1Mhz, takrat je izhodni signal manj kot eno desetino vhodnega signala, torej vezje ne bo nihalo niti takrat, ko prekinjeno povratno zanko spet sestavimo skupaj. Tako vezje je stabilno.

<u>Diferenciator</u>

Uporabimo enak operacijski ojačevalnik v vezju diferenciatorja, slika 7. Za testiranje stabilnosti tudi tokrat prekinemo povratno vez na istem mestu, predelano vezje je na sliki 8.

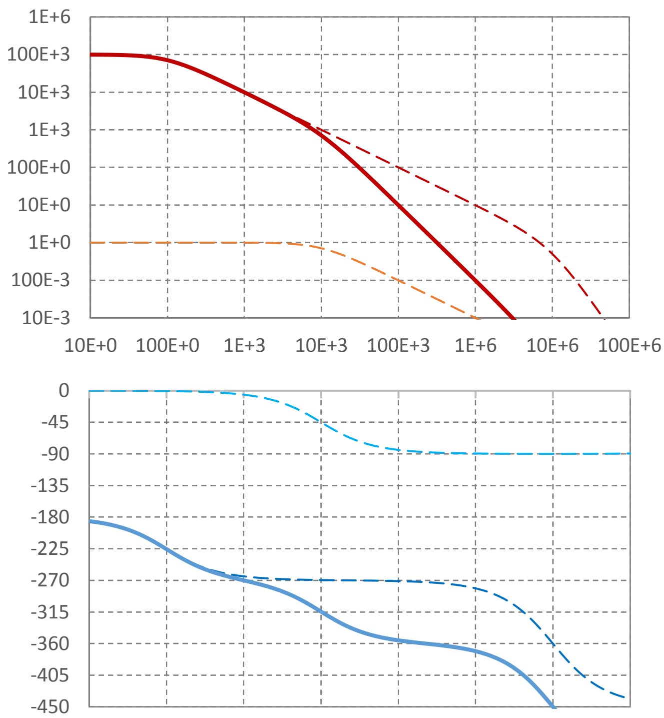


Slika 7: Shema diferenciatorja z vrisanimi posegi za testiranje



Slika 8: Shema istega diferenciatorja narisana malo drugače

Vzemimo, da potrebujemo diferenciator, v katerem je časovna konstanta $\tau = RC = 159\ \mu s$ (C=10 nF, R=15,9 kΩ), zaradi česar je izhodni signal diferenciatorja po velikosti enak vhodnemu pri frekvenci 10 kHz. Vezju RC na izhodu iz operacijskega ojačevalnika pripišemo frekvenčno prenosno funkcijo $T(i\omega) = {}^{1}/_{1+i\omega\tau}$, torej je prelomna frekvenca tega RC nizkoprepustnega filtra: $f_0 = {}^{1}/_{\tau} = 10\ kHz$.

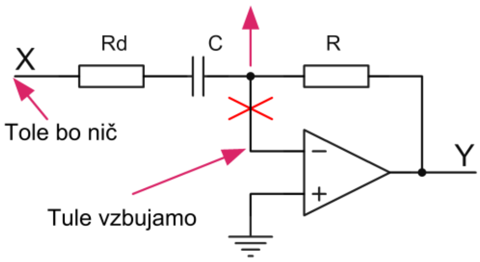


Slika 9: Amplitudna in fazna karakteristika diferenciatorja s slike 8; enote enako kot prej

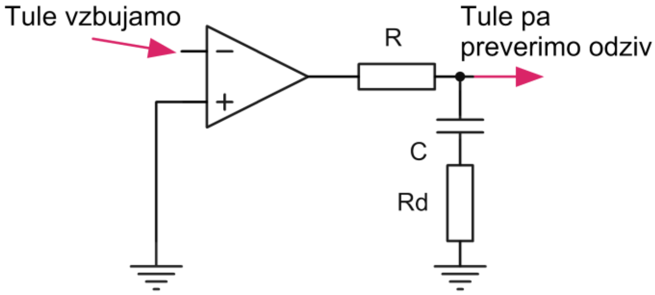
Na sliki 9 zgoraj je narisana amplitudna karakteristika vezja s slike 8. S črtkano rdečo je narisana karakteristika operacijskega ojačevalnika, in z oranžno karakteristika RC člena; skupna amplitudna karakteristika je narisana s polno rdečo črto. Na isti sliki spodaj je narisana fazna karakteristika. S črtkanima črtama sta naznačeni karakteristiki operacijskega ojačevalnika in RC člena, s polno črto je narisana skupna fazna karakteristika.

Na sliki 9 poiščemo frekvenco, kjer se izhodni signal poravna z vhodnim (360 stopinj), ta znaša 224 kHz (odčitano iz diagramu pripadajoče tabele). Pri isti frekvenci odčitamo skupno ojačenje, ki znaša 1,99, kar je več kot 1. Trdimo torej, da bo vezje diferenciatorja s takim operacijskim ojačevalnikom in tako izbrano časovno konstanto RC nihalo (s frekvenco blizu 224 kHz) in bo torej nestabilno (neuporabno). Uporabno vezje dobimo, če nam uspe bodisi zmanjšati ojačenje vezja pri tej frekvenci ali pa odsukati fazo tako, da ta ne doseže 360 stopinj.

Poskusimo z vezjem s slike 10, kondenzatorju smo zaporedno dodali upornik *Rd*, njegova vrednost naj bo majhna ($R_d = R/100$). Na sliki 11 je narisana analizi prirejena verzija istega vezja.

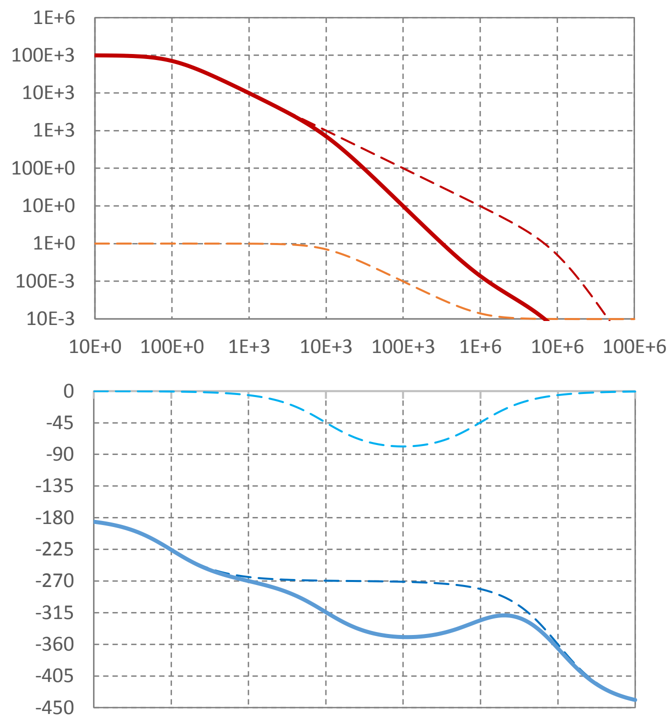


Slika 10: Shema dopolnjenega diferenciatorja



Slika 11: Shema dopolnjenega diferenciatorja narisana malo drugače

Frekvenčna prenosna funkcija vezja za operacijskim ojačevalnikom je tokrat $T(i\omega) = {(1 + i\omega R_d C)}\Big/{1 + i\omega(R + R_d)C}$, torej je prelomna frekvenca filtra še vedno pri 10 kHz, a se zaradi dodatne ničle v prenosni funkciji dušenje preneha povečevati pri 1 MHz, kar je na sliki 12 zgoraj narisano z oranžno črtkano črto. Fazna karakteristika tega dela vezja je narisana s svetlomodro črtkano črto v spodnjem diagramu na isti sliki. Skupna fazna karakteristika je narisana s polno črto in je enaka 360 stopinj šele pri frekvenci 8,9 MHz, tam pa je ojačenje modificiranega vezja samo še 0,0062, torej manj od ena. Zato trdimo, da tudi vezje brez modifikacije ne niha in je torej stabilno.



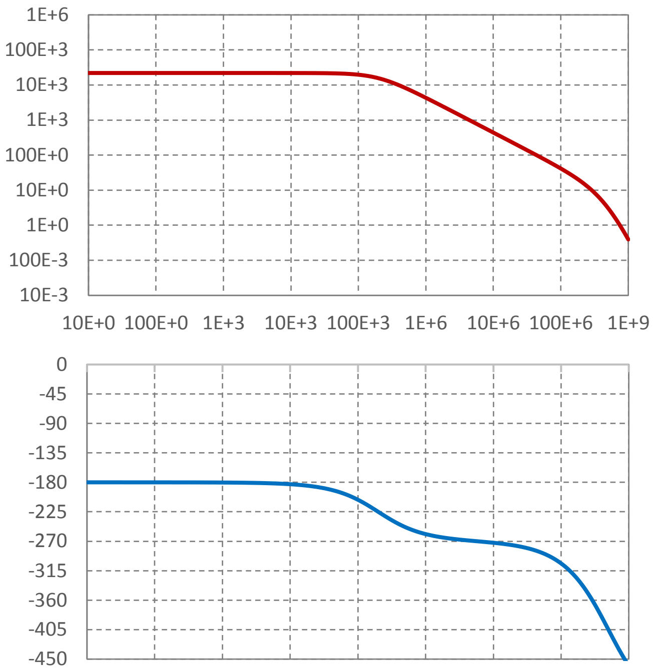
Slika 12: Amplitudna in fazna karakteristika diferenciatorja s slike 11; enote enako kot prej

Z dodatnim upornikom smo kompenzirali slabosti vezja do te mere, da je vezje zdaj stabilno. Žal smo pri tem tudi pokvarili njegove lastnosti, saj se obnaša kot diferenciator le do frekvenc, ki so manjše od desetine frekvence, ki jo zaznamuje ničla v prenosni funkciji, torej do 100 kHz, nad to frekvenco pa je upornost Rd v vhodni veji vezja že znatna v primerjavi z upornostjo kondenzatorja in pokvari računanje odvoda.

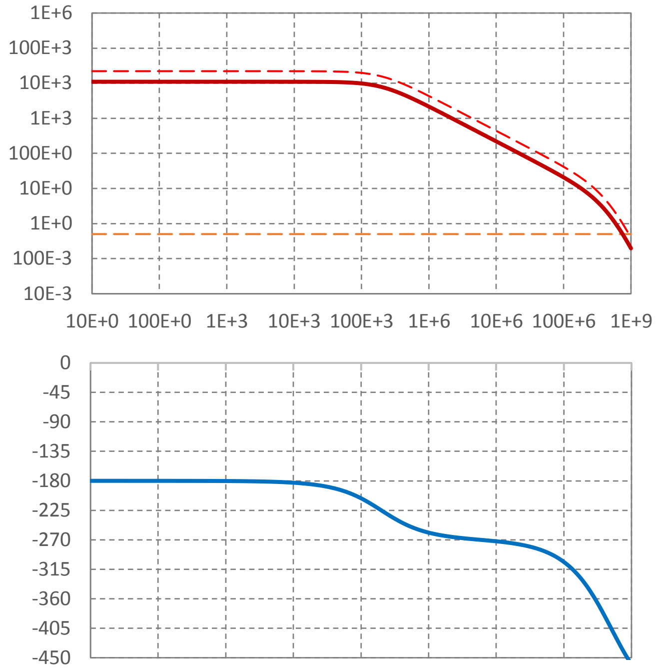
<u>Hitri ojačevalnik</u>

S standardnim operacijskim ojačevalnikom, katerega karakteristike so na sliki 5, lahko naredimo ojačevalno stopnjo z ojačenjem največ 10, če želimo ojačevati še signale s frekvenco 1 MHz. Za večja ojačenja ali večje frekvence vhodnega signala potrebujemo boljši operacijski ojačevalnik. Frekvenčna karakteristika enega takih (OPA2822) je na sliki 13.

Za ta operacijski ojačevalnik pravimo, da je de-kompenziran. Če z njim poskusimo narediti ojačevalno stopnjo po sliki 3, vendar z ojačenjem -1 in tako stopnjo testiramo za stabilnost vidimo, da vezje niha.

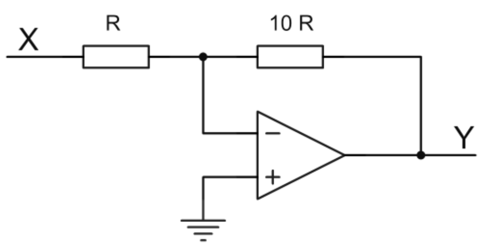


Slika 13: Amplitudna in fazna karakteristika hitrega operacijskega ojačevalnika; skala je spremenjena

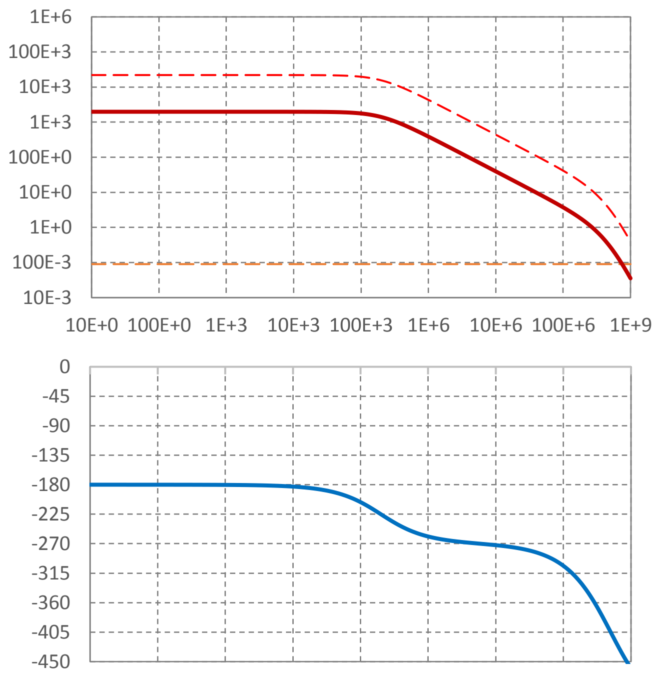


Slika 14: Amplitudna in fazna karakteristika ojačevalne stopnje s hitrim operacijskim ojačevalnikom in ojačenjem -1; skala je enaka

Na sliki 14 spodaj je narisana fazna karakteristika za analizo predelane ojačevalne stopnje s hitrim ojačevalnikom. Izhodni signal se poravna z vhodnim pri frekvenci 280 MHz (polna modra črta). V zgornjem diagramu je narisana amplitudna karakteristika. Črtkana oranžna sled predstavlja slabljenje uporovnega delilnika v povratni vezavi, ki ga pridamo amplitudni karakteristiki operacijskega ojačevalnika (črtkana rdeča sled). Pri prej prebrani frekvenci je ojačenje še približno 5 (polna rdeča sled); nepredelano vezje bi torej nihalo z vedno večjo amplitudo in bi bilo neuporabno.



Slika 15: Shema ojačevalnika z ojačenjem -10



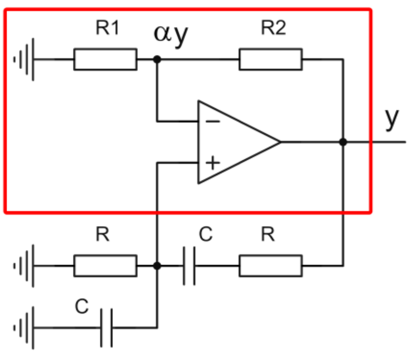
Slika 16: Amplitudna in fazna karakteristika ojačevalne stopnje s hitrim operacijskim ojačevalnikom in ojačenjem -10; skala je enaka

Isti operacijski ojačevalnik uporabimo še v vezju, kjer je ojačanje -10 (slika 15). S povečanjem ojačenja fazne karakteristike ne spremenimo, se pa poveča dušenje v povratni vezavi, ki tokrat znaša približno 0,1 (slika 16 zgoraj, oranžna črtkana sled). Lastnosti delilnika napetosti dodamo amplitudni karakteristiki operacijskega ojačevalnika in dobimo skupno amplitudno karakteristiko, ki je na isti sliki narisana s polno rdečo črto. Tokrat je ojačenje pri frekvenci 280 MHz manjše od ena in trdimo, da bi bilo vezje ojačevalnika s tem operacijskim ojačevalnikom za ojačenje -10 stabilno.

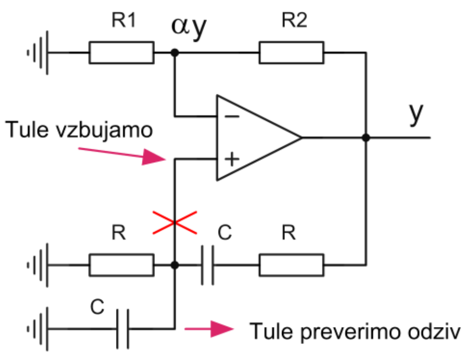
Nekateri na tržišču dostopni hitri operacijski ojačevalniki so dekompenzirani in jih lahko uporabljamo le v vezjih, kjer je ojačenje dovolj veliko. To navadno ne ovira, saj ojačevalnike gradimo prav za ojačevalnje signalov, ne moremo pa takih uporabiti v stopnjah +1 (»buffer«).

Oscilator

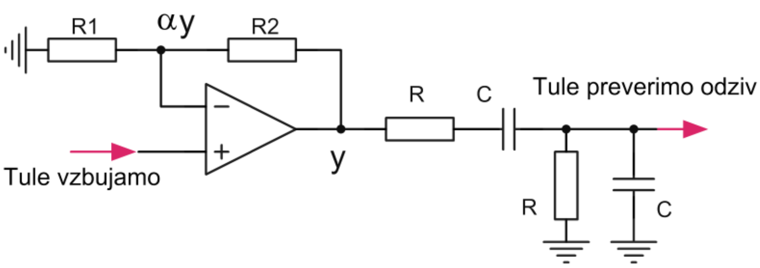
Za konec poglavja preskusimo ta kriterij za stabilnost na vezju, za katerega hočemo, da daje harmonski signal zaradi svoje topologije in vrednosti elementov, ne zaradi lastnosti operacijskega ojačevalnika. Shema Wienovega oscilatorja je na sliki 17. V vezju privzemimo vrednosti elementov: $\tau = RC = {}^{1}/_{2\pi f} = 6283[s^{-1}]$. Iz enega prejšnjih poglavij vemo, da tako vezje ob pravih vrednostih elementov v negativni povratni vezavi ($R_2 = 2R_1$) niha s frekvenco 1 kHz. To pa je daleč pod frekvencami, ki so značilne za operacijski ojačevalnik, ki se zato obnaša natanko tako, kot si predstavljamo obnašanje ojačevalne stopnje v ne-invertirani konfiguraciji (na sliki je ta del označen z rdečim okvirjem): ojačenje take stopnje znaša $G = 1 + R_2/R_1 = 1/\alpha$.



Slika 17: Shema Wienovega oscilatorja



Slika 18: Shema Wienovega oscilatorja z vrisanimi posegi za testiranje



Slika 19: Shema Wienovega oscilatorja za testiranje malo drugače

Za testiranje moramo prerezati povratno vezavo, a gre tokrat malo drugače. Povratna vezava je tokrat pozitivna in je med izhodom ojačevalne stopnje in neinvertiranim vhodom v operacijski ojačevalnik. Prerežimo to zanko na označenem mestu, dodajmo vzbujanje in opazujmo lastnosti signala, ki se vrne na prerezano mesto. Tako shemo za testiranje lahko prerišemo v obliko na sliki 19.

Za modificirano vezje napišemo enačbo:

$$odziv = vzbujanje \cdot \frac{1}{\alpha} \cdot \frac{i\omega\tau}{1 + 3i\omega\tau + (i\omega\tau)^2}$$

Želimo narediti oscilator, torej potrebujemo odziv, ki je v fazi z vzbujanjem in je enako velik kot vzbujanje. Le v tem primeru bo vezje, ko spet sklenemo povratno zanko, dajalo harmonski signal. Odziv je v fazi z vzbujanjem, če je realni del imenovalca zgornjega ulomka enak 0:

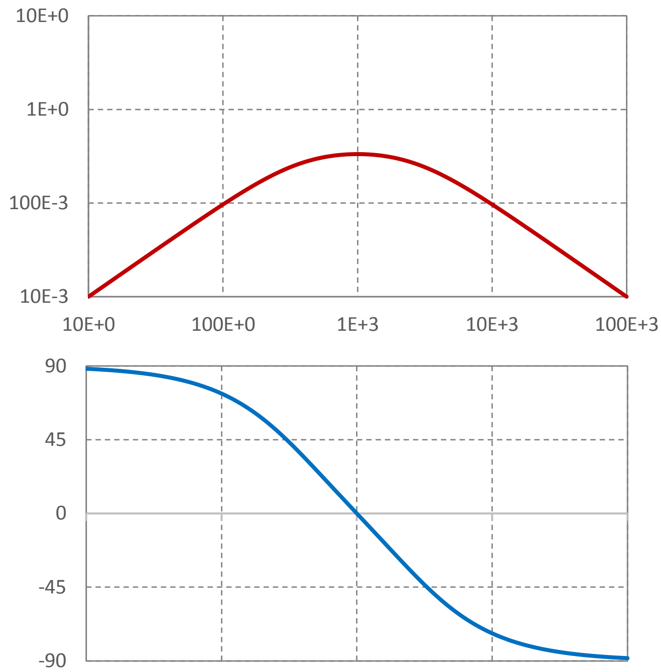
$$1 - \omega^2\tau^2 = 0 \quad \rightarrow \quad \omega = {}^{1}\!/_{\tau}$$

Ker mora biti takrat odziv po velikosti enak vzbujanju:

$$\frac{1}{\alpha} \cdot \frac{i}{3i} = 1 \qquad \Longrightarrow \qquad \alpha = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad R_2 = 2R_1$$

Dobljeni rezultati so enaki tistim, ki jih dobimo z analizo diferencialne enačbe, kar smo že storili v enem prejšnjih poglavij.

Poglejmo še amplitudno in fazno karakteristiko vezja v povratni vezavi operacijskega ojačevalnika s slike 17, neoznačeni del. Iz fazne karakteristike (slika 20 spodaj) razberemo, da je pri frekvencah pod 1 kHz odziv prehiteva vzbujanje, pri večjih pa za njim zaostaja. Odziv je v fazi z vzbujanjem pri frekvenci 1 kHz (kar sicer že vemo iz zgornje izpeljave), takrat je odziv po velikosti enak tretjini velikosti vzbujanja. Če v zanki uporabimo ojačevalnik z ojačenjem 3, pride do nihanja, saj je zdaj odziv po poti skozi celotno zanko po velikosti enak vzbujanju ter je z njim v fazi.



Slika 20: Amplitudna in fazna karakteristika vezja v pozitivni povratni vezavi Wienovega oscilatorja; skala je spremenjena