

Šumi

Zapiski za predavanja

Dušan Ponikvar

FMF, 2022

1. Uvod

Šum je naključno spreminjajoč se signal. Običajno je dodan koristnemu signalu, katerega lastnosti nas zanimajo. Tak naključni signal je lahko posledica naključno premikajočih se nosilcev električnega naboja, naključnih sprememb vrednosti elementov v elektronskem vezju ali naključnih vplivov okolice na elektronsko vezje. V vsakem primeru naključno spreminjanje koristnega signala zaradi dodanega šuma ovira ovrednotenje koristnega signala in s tem na primer določanje rezultata meritve. Značilne vrednosti koristnega signala lahko le ocenimo v mejah naključnega spreminjanja.

2. Šum

Treba je ločiti med terminoma »noise« in »random noise« v angleščini in njunima prevodoma v našem jeziku. Prvi termin zaznamuje vse komponente signala, ki ovirajo natančno določanje lastnosti koristnega signala. To je lahko šum, torej naključno spreminjanje vrednosti signala, ki ga v angleščini zaznamuje termin »random noise«. Meritev lahko ovirajo tudi motnje periodične narave, na primer iz omrežja inducirana napetost z znano frekvenco in obliko; v angleščini bi takim rekli »noise« ali »interference«. Za motnje je značilno, da prihajajo v elektronsko vezje od zunaj in jih torej lahko zmanjšamo enostavno tako, da elektronsko vezje prestavimo v okolje, kjer teh zunanjih motenj ni. Motnje lahko preprečimo z zaščitnim oklepom (Faraday-evo kletko), v katero zapremo elektronska vezja. Šum pa je vsakemu elektronskemu vezju notranji in prirojen, zato ga ne moremo odstraniti s prej navedenimi posegi. S primerno izbiro komponent in elektronskimi sredstvi lahko njegov vpliv na koristni signal le omilimo.

Merilo za kakovost signala v primerjavi s šumom (motnjo) najlaže izrazimo s pomočjo razmerja med velikostjo signala in velikostjo šuma. Če je to razmerje veliko, uporabimo logaritemsko skalo in razmerje zapišemo v enotah decibel. Preden se lotimo takega vrednotenja bo treba najti način za določanje velikosti šuma, ki je po svoji naravi izmuzljiv, saj je ... naključen.

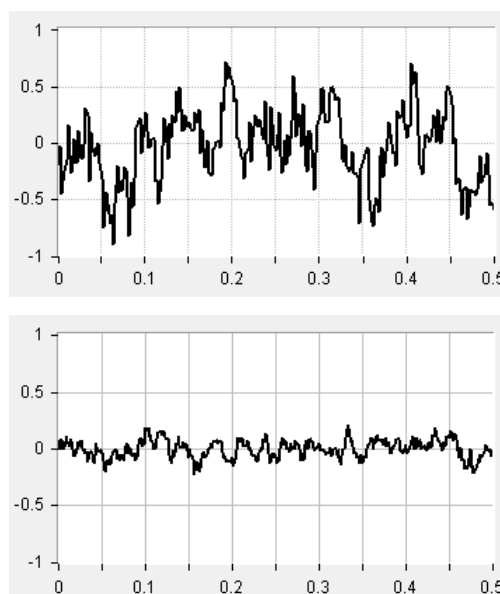
Za signal harmonske oblike je zadeva enostavna. Z amplitudo, frekvenco in fazo je signal polno definiran in njegov potek in vrednost lahko predvidimo. Isto velja za pravokotni, trikotni in podobne signale. Šumu takih parametrov ne znamo poiskati, na podlagi kakorkoli zapisanih lastnosti ne moremo predvideti vrednosti šuma v prihodnosti, saj je ta naključna. Treba bo poiskati drugačno merilo.

3. Šum po velikosti

Če šum priključimo na zvočnik, zaslišimo šumenje. Šumenje je glasnejše, če je šum večji, če se torej njegova trenutna vrednost bolj oddalji od nič; očitno je ena od lastnosti šuma tudi njegova velikost, slika 3.1.

Šum $x(t)$ lahko vzorčimo v enakomernih časovnih intervalih T_v in dobimo niz vrednosti $x_n(n \cdot T_v)$. Če vzorčimo dovolj pogosto lahko trdimo, da poznamo časovni potek šuma, torej $x(t)$. Za šum lahko izračunamo povprečno vrednost $\langle x(t) \rangle$, a je rezultat enak nič:

$$\langle x(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x(t) dt = 0$$



Slika 3.1: Velik šum, majhen šum; skale so normirane

Dovolj veliko število zaporedno izmerjenih vrednosti šuma $x_n(n \cdot T_v)$ (njegove trenutne vrednosti) lahko sortiramo po velikosti in preštejemo pogostost pojavljanja posamezne velikosti. Pravimo, da ugotavljamo gostoto verjetnosti $w(x)$ šuma, torej verjetnost, da ima šum izbrano vrednost x . Če ta postopek opravimo za vse različne vrednosti, ki jih šum lahko ima, in pogostost pojavljanja narišemo, dobimo približek krivulje Gausove oblike. Za krivuljo velja formula:

$$w(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

Krivulja je simetrična okoli vrednosti nič, njena značilnost pa je parameter σ , ki popisuje širino zvona. Ker je trenutna vrednost šuma $x(t)$ zagotovo med skrajnima mejama $[-\infty, +\infty]$, mora veljati:

$$\int_{-\infty}^{\infty} w(x) dx = 1$$

Značilno vrednost σ lahko razberemo iz diagrama, saj pri odmiku od sredine diagrama v levo ali desno za σ Gausova

krivulja pade na 0,607 vrednosti, ki jo ima na sredini. Po zvonu se torej od sredine gibljemo v desno tako dolgo, da vrednost pade na 60,7% vrednosti iste krivulje na sredi diagrama in tam odčitamo σ . Še lažje je vrednost σ oceniti tako, da odberemo širino Gausovega zvona na polovici njegove največje vrednosti. To vrednost imenujemo FWHM («Full Width Half Maximum»), velja pa:

$$FWHM = 2,35 \sigma$$

Zelo grobo se da oceniti vrednost σ že iz časovnega poteka šuma $x(t)$ na zaslonu osciloskopa. Statistika zatrjuje, da se naključna vrednost z Gausovo porazdelitvijo zadržuje znotraj intervala $\pm \sigma$ z verjetnostjo 68,2%, znotraj intervala $\pm 2\sigma$ z verjetnostjo 95,4% in znotraj intervala $\pm 3\sigma$ z verjetnostjo 99,7%. Če torej šumu najdemo skrajni vrednosti $\pm A$, ki ju šum le izjemoma doseže, ocenimo vrednost $\sigma \approx A/3$.

Za Gausovo porazdelitev velja tudi spodnja formula, ki jo dobro poznajo statistiki:

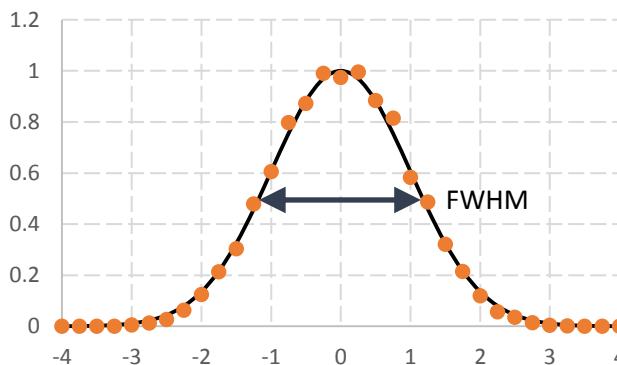
$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x(t) - \langle x(t) \rangle)^2 w(x) dx$$

S pomočjo vrednosti σ lahko med sabo primerjamo velikosti različnih šumov. Zaenkrat ne kaže, da bi natančno vrednost σ lahko veliko povedala o učinkih šuma; za to bo treba poiskati drugačno merilo v elektroniki.

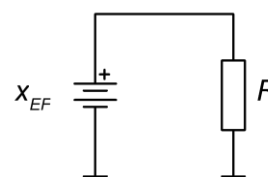
Vzemimo, da na upornik R priključimo konstantno napetost x_{EF} , slika 3.2. Ta skozi upornik R požene tok I_{EF} , zato se na njem električna moč P spreminja v toploto in upornik se greje.

$$P = x_{EF} \cdot I_{EF} = \frac{x_{EF}^2}{R}$$

Do gretja upornika pride tudi takrat, ko nanj priključimo izmenično napetost, čeprav je njena povprečna vrednost lahko nič. Pozitivna polperioda priključene napetosti pošlje tok v pozitivni, negativna pa tok v obratni smeri; med obema



Slika 3.2: Sortirani izmerki $x_n(t)$ so označeni s pikami in so vertikalno normirani, skoznje je položena Gausova krivulja; horizontalna os je normirana na σ



Slika 3.2: Moč na uporniku R

polperiodama se na uporniku R električna energija spreminja v toploto. Seveda je količina toplote odvisna od amplitude izmenične napetosti, njene oblike in upornosti R , v vsakem primeru pa je količina sproščene toplote merilo za učinek in torej za velikost priključene napetosti.

Če je temperatura upornika R v obeh primerih, ko je nanj priključena izmenična napetost in ko je nanj priključena enosmerna napetost, enaka, potem je velikost enosmerne napetosti x_{EF} dobro merilo za učinek izmenične napetosti.

Vzemimo, da nas zanima segrevanje upornika zaradi harmonske napetosti $A = A_0 \cos \omega_A t$. Povprečna moč na uporniku R računamo prek ene periode in znaša ($\omega_A = 2\pi/T_A$) :

$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{T_A} \int_0^{T_A} \frac{A^2(t)}{R} dt = \frac{1}{T_A} \int_0^{T_A} \frac{A_0^2 (\cos \omega_A t)^2}{R} dt = \frac{A_0^2}{2R}$$

Upornik se enako greje tudi takrat, ko nanj priključimo enosmerno napetost x_{EFA} z velikostjo:

$$x_{EFA} = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$$

Saj je takrat povprečna moč $\langle P(t) \rangle$ zaradi gretja z izmeničnim signalom enaka moči P zaradi gretja z enosmernim signalom. Enako velja za šum; tudi tu tako pozitivni kot negativni intervali šumne napetosti $x(t)$ v uporniku sproščajo toploto. Če enosmerna napetost x_{EF} sprosti na uporniku R enako količino toplote v časovni enoti, kot jo sprosti v istem času šum, potem je enosmerna napetost x_{EF} dobro merilo za učinek šuma na uporniku. Čeprav ne poznamo časovnega poteka šuma, lahko njegovo velikost ovrednotimo preko efekta, ki ga šum povzroča: gretja.

Trenutna moč na uporniku R zaradi šuma $x(t)$ je podana z:

$$P(t) = \frac{x^2(t)}{R}$$

povprečna moč pa z:

$$\langle P(t) \rangle = \frac{\langle x^2(t) \rangle}{R}$$

Če nam uspe z enosmerno napetostjo x_{EF} enako pogreti upornik R , sta moči v obeh primerih enaki, torej velja:

$$x_{EF} = \sqrt{\langle x^2(t) \rangle} = x_{RMS}$$

Enosmerno napetost x_{EF} , ki enako greje upornik R kot šum $x(t)$, imenujemo *efektivna vrednost šumne napetosti ali RMS* (»Root-Mean_Square«) vrednost. Poiščimo še navezavo na prej navedeno merilo za velikost šuma, to je σ . Iz statistike je znano, da lahko povprečno vrednost kvadrata naključne vrednosti določimo kot:

$$\langle x^2(t) \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 w(x) dx$$

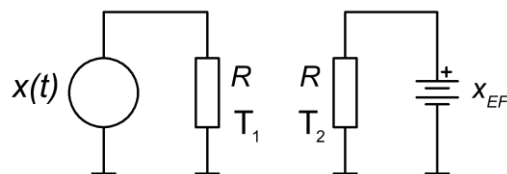
Za Gaussovo porazdelitev velja (spet statistika):

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \langle x \rangle)^2 w(x) dx$$

Za šum je povprečna vrednost enaka nič, zato lahko zgornji formuli izenačimo in dobimo:

$$\sigma = \sqrt{\langle x^2(t) \rangle} = x_{RMS} = x_{EF}$$

Določanje efektivne vrednosti šuma se torej reducira na iskanje tiste enosmerne napetosti x_{EF} , ki enako ogreje upornik R kot merjeni šum $x(t)$. To pa je v elektroniki lahko narediti. Potrebujemo le dva enaka upornika R , vir nastavljive enosmerne napetosti x_{EF} in termometer. Šum priključimo na enega od upornikov, vir enosmerne napetosti pa na drugega. Opazujemo razliko temperatur $T_2 - T_1$ obeh upornikov in spreminjamo velikost enosmerne napetosti tako, da se temperaturi izenačita. Takrat je nastavljena enosmerna napetost x_{EF} enaka efektivni vrednosti merjenega šuma. Na ta način so narejeni najnatančnejši merilniki efektivne vrednosti šuma oziroma signalov nasploh.



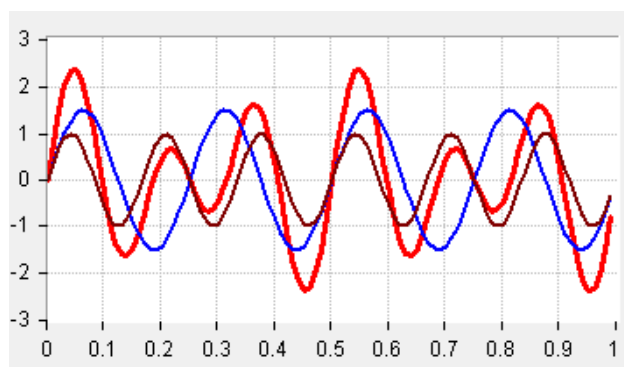
Slika 3.3: Merjenje velikosti šuma z gretjem

4. Seštevanje efektivnih vrednosti šumov

V vezju je lahko več virov šuma, potem se njihovi prispevki seštejejo in vse vire lahko enačimo z enim nadomestnim virom šuma. Kako velik je šum tega nadomestnega vira?

Pri enosmernih signalih je iskanje nadomestnega vira enostavno. Če je več baterij vezanih zaporedno, je njihova skupna napetost enaka vsoti napetosti posameznih baterij. Baterije si med sabo ves čas pomagajo, zato lahko nadomestni vir za več zaporednih baterij določimo s seštevanjem napetosti posameznih baterij.

Pri izmeničnih virih ni tako enostavno. Vzemimo, da imamo opraviti z dvema viroma harmonskih napetosti $A(t) = A_0 \cos \omega_A t$ in $B(t) = B_0 \cos \omega_B t$, ki sta vezana zaporedno. Ker frekvenci nista enaki, signalov obeh virov ne moremo enostavno sešteti, seštejemo lahko le njune trenutne vrednostii. Dobimo ne-harmonski signal, kateremu le stežka v naprej določimo osnovne lastnosti kot so amplituda, frekvenca in faza. Najbolje bo, da spet ovrednotimo le efekt, ki ga povzroči vsota teh dveh signalov na uporniku in najdemo napetost ekvivalentnega enosmerne vira, ki povzroči na enakem uporniku enak efekt. Potem lahko trdimo, da enosmerna napetost ekvivalentnega vira dovolj dobro opisuje lastnosti vsote signalov dveh zaporedno vezanih harmonskih virov. Izračunajmo torej povprečno moč, ki jo na uporniku sproščata dva zaporedno vezana harmonska generatorja. Zaradi enostavnosti računanja v naprej izberimo $\omega_A = 4 \cdot 2\pi/T$ in $\omega_B = 6 \cdot 2\pi/T$, slika 4.1. Povprečno vrednost moči $\langle P(t) \rangle$ računamo preko časovnega intervala, v katerem se pojavi celo število period vsakega od signalov, torej preko dveh period signala $A(t)$ oziroma treh period signala $B(t)$.



Slika 4.1: Dva harmonska signala (modro in rjavo) in njuna vsota (rdeče), skale so normirane

$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{(A(t) + B(t))^2}{R} dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{(A_0 \cos \omega_A t + B_0 \cos \omega_B t)^2}{R} dt =$$

$$= \frac{A_0^2}{2R} + \frac{B_0^2}{2R} = \frac{x_{EFA}^2 + x_{EFB}^2}{R}$$

Enako moč na uporniku R daje tudi enosmerna napetost x_{EF} , ki ima vrednost:

$$x_{EF} = \sqrt{x_{EFA}^2 + x_{EFB}^2}$$

Efektivne vrednosti harmonskih napetosti seštevamo geometrijsko, saj seštevamo učinke teh napetosti, ti pa so povezani s kvadrati.

Enako velja za šum. Tudi tu iščemo velikost nadomestnega šumnega vira, ki povzroča na uporniku enak efekt kot množica posamičnih zaporedno vezanih šumnih virov. Efektivno vrednost nadomestnega vira določimo z geometrijskim seštevanjem njihovih efektivnih vrednosti:

$$x_{EF} = \sqrt{\sum_n x_{EFn}^2}$$

5. Šum po frekvencah

Če šum povežemo na zvočnik, slišimo šumenje. Vendar je zven šumenja različnih virov šuma lahko različen: pri nekaterih je zven bolj oster, tam so v šumu poudarjeni visoki toni. Pri drugih je morda šum bolj zamolkel, pri teh so visoki toni slabše zastopani. Očitno lahko šumu pripišemo lastnosti tudi v frekvenčnem prostoru.

Kadar želimo signal $x(t)$ poljubne oblike okarakterizirati po frekvencah, poiščemo njegov frekvenčni spekter $F(x(t)) = F(i\omega)$, ki ga sestavljata amplitudni ($|F(i\omega)|$) in fazni ($\varphi(i\omega) = \arg(F(i\omega))$) spekter. V frekvenčnem spektru je originalni signal razstavljen na harmonske komponente, vsaka od njih ima svojo frekvenco, amplitudo in fazo. Amplitudni spekter podaja velikost signala v odvisnosti od frekvence, fazni spekter pa fazo komponente pri tej frekvenci. Povezavo med signalom in njegovim spektrom poiščemo s Fourierovo analizo. Za periodične signale uporabimo formulo za razvoj v Fourierovo vrsto in dobimo spekter $F(x(t))$ z diskretnimi prispevki pri mnogokratnikih osnovne frekvence $\omega = 2\pi/T$:

$$F(x(t)) = F(ik\omega) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-ik\omega t} dt \quad \text{in} \quad x(t) = F(ik\omega)^{-1} = \sum_k F(ik\omega) e^{ik\omega t}$$

Levi del zgornjega izraza je namenjen analizi, z desnim delom pa lahko iz spektra spet sestavimo originalni signal. Elementi spektra $F(ik\omega)$ po zgornjih izrazih so kompleksni in podajajo velikost in fazo vsake komponente v spektru posebej.

Za neperiodične signale uporabimo Fourierovo transformacijo, izračunani spekter $F(i\omega)$ pa je zvezen:

$$F(x(t)) = F(i\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad \text{in} \quad x(t) = F(i\omega)^{-1} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(i\omega) e^{i\omega t} d\omega$$

Šum ni periodičen, zato pri iskanju frekvenčnih lastnosti šuma uporabimo zadnji dve formuli. Merilo za velikost šuma je povprečna vrednost kvadrata šuma preko dolgega časovnega intervala, zato najprej ovrednotimo naslednji integral:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dx = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) x(t) dt$$

Z pomočjo Fourierove transformacije se da pokazati, da velja:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} |F(i\omega)|^2 d\omega$$

Enačbo imenujemo Parsevalov teorem in potrjuje, da je merilo za efekt šuma $x(t)$ tudi geometrijska vsota amplitud posameznih harmonskih komponent, ki šum $x(t)$ sestavljajo. Žal obe polovici zgornjega izraza gravitirata proti neskončnosti, saj integriramo v intervalu $[-\infty, \infty]$ in kvadrat pa naredi argument integriranja vedno pozitiven. Raje določimo povprečno moč šuma na uporniku R tako, kot smo to počeli v prejšnjih odstavkih, a upoštevajmo trditev iz Parsevalovega teorema:

$$\langle P(t) \rangle = \frac{x_{EF}^2}{R} = \frac{\langle x^2(t) \rangle}{R} = \frac{1}{R} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T x^2(t) dt = \frac{1}{R} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-\infty}^{\infty} |F(i\omega)|^2 df$$

Zgornji izraz nakazuje možnost za ovrednotenje velikosti šuma preko poznavanja njegovega amplitudnega spektra. Iz desnega dela izraza izluščimo novo lastnost šuma, imenujemo jo spektralna gostota povprečne moči $S(\omega)$:

$$S(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |F(i\omega)|^2$$

Spektralna gostota šumne moči $S(\omega)$ pove, kako je povprečna moč šuma porazdeljena po frekvencah. Če poznamo $S(\omega)$, lahko povprečno moč računamo tudi po formuli:

$$\langle P(t) \rangle = \frac{1}{2R} \int_{-\infty}^{\infty} S(\omega) df = \frac{1}{R} \int_0^{\infty} S(\omega) df$$

In iz tega določimo efektivno vrednost šumne napetosti:

$$x_{EF}^2 = \int_0^{\infty} S(\omega) df$$

Inženirska alternativa spektralni gostoti povprečne šumne moči $S(\omega)$ je spektralna gostota efektivne vrednosti povprečne šumne napetosti $e_n(\omega)$, ki jo zaznamuje:

$$e_n \left[\frac{nV}{\sqrt{Hz}} \right] = k \cdot \sqrt{S \left[\frac{V^2}{Hz} \right]}, \text{ pri tem je } k \text{ sorazmernostni faktor}$$

Poleg napetostnih virov šuma se v vezjih lahko pojavljajo še tokovni viri šuma $i_n(\omega) \left[\frac{pA}{\sqrt{Hz}} \right]$. Zanje veljajo ista pravila vrednotenja; moč na uporniku lahko izračunamo tudi kot $P = i_{EF}^2 R$.

6. Šum in frekvenčne prenosne funkcije vezij $T(i\omega)$

Frekvenčna prenosna funkcija $T(i\omega)$ podaja spremembe velikosti in faze harmonskega signala na poti skozi elektronsko vezje. Za harmonske signale zato lahko pri izbrani frekvenci ω amplitudo izhodne napetosti $y_0(\omega)$ vezja določimo na podlagi amplitude vhodne napetosti $x_0(\omega)$ v vezje in ojačenja:

$$y_0(\omega) = |T(i\omega)| \cdot x_0(\omega)$$

Podoben izraz lahko zapišemo tudi za fazo, a nas ta pri prehajanju šuma skozi vezje ne zanima; šum je naključen pojav, zato je o fazi posameznih harmonskih komponent, ki sestavljajo šum, nesmiselno govoriti.

Šum na vходу v enoto karakterizira spektralna gostota povprečne moči $S_{IN}(\omega)$, ki podaja kvadrat amplitude harmonskih signalov, ki sestavljajo šum, v odvisnosti od frekvence.

$$x_{EFIN}^2 = \int_0^{\infty} S_{IN}(\omega) df$$

Če nam je dovoljeno zgornji izraz diskretizirati po frekvencah: šum z efektivno vrednostjo x_{EFIN} dobimo tako, da zaporedno vežemo množico harmonskih generatorjev. Vsak od njih daje signal $x_{IN}(\omega)$ druge frekvence in amplitude, ki je iz spektralne gostote povprečne moči $S_{IN}(\omega)$ za to frekvenco značilna; geometrijska vsota amplitud vseh teh harmonskih generatorjev da x_{EFIN} .

Vezje s frekvenčno prenosno funkcijo $T(i\omega)$ je linearno, zato pri analizi lahko uporabimo načelo superpozicije: vsaka od harmonskih komponent šuma $x_{IN}(\omega)$ na vходу v vezje se skozenj razširja z ojačenjem, ki velja za njeno frekvenco. Velikosti izhodnih komponent $x_{OUT}(\omega)$ šuma so zato:

$$x_{OUT}(\omega) = |T(i\omega)| \cdot x_{IN}(\omega)$$

Efektivno vrednost šuma na izhodu enote dobimo tako, da spet geometrijsko seštejemo izhodne harmonske komponente $x_{OUT}(\omega)$. Za geometrijsko seštevanje potrebujemo kvadrate amplitud posameznih prispevkov, te so:

$$x_{OUT}^2(\omega) = |T(i\omega)|^2 \cdot x_{IN}^2(\omega)$$

Iz tega sledi:

$$S_{OUT}(\omega) = |T(i\omega)|^2 \cdot S_{IN}(\omega)$$

In:

$$x_{EFOUT}^2 = \int_0^{\infty} |T(i\omega)|^2 \cdot S_{IN}(\omega) df$$

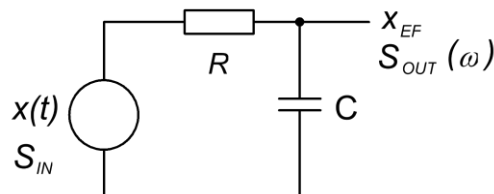
Če na primer priključimo šum z konstantno spektralno gostoto povprečne moči S_{IN} na RC člen, slika 6.1, spektralna gostota povprečne moči $S_{OUT}(\omega)$ na izhodu iz RC člena ni konstantna, ampak odraža lastnosti RC člena: komponente šuma pri majhnih frekvencah so na izhodu iz RC člena enako velike, komponente pri frekvencah nad $\omega = 1/RC$ pa manjše.

$$S_{OUT}(\omega) = |T(i\omega)|^2 \cdot S_{IN} = \left| \frac{1}{1 + i\omega RC} \right|^2 \cdot S_{IN} = \frac{S_{IN}}{1 + (\omega RC)^2}$$

Zato znaša efektivna vrednost izhodnega šuma:

$$x_{EFOUT} = \sqrt{\int_0^{\infty} S_{OUT}(\omega) df} = \sqrt{\frac{S_{IN}}{4RC}}$$

Tako vrednost bi tudi nameril merilni inštrument, ki vrednoti šum pri vseh frekvencah od nič do neskončno. Efektivne vrednosti vhodnega šuma x_{EFIN} ni mogoče določiti (teoretično je neskončno velika), ker frekvenčni obseg opazovanja ni podan.



Slika 6.1: Šum in RC člen

Zanimivo pa je preveriti kako natančnost računanja vpliva na točnost rezultata. Namesto zgornjega natančnega računa poskusimo s približkom: vzemimo, da merilni inštrument, s katerim merimo efektivno vrednost šuma, dela le do frekvence $\omega = 1/RC$. Potem ta inštrument nameri:

$$x'_{EFOUT} = \sqrt{\int_0^{f=1/2\pi RC} S_{IN} df} = \sqrt{\frac{S_{IN}}{2\pi RC}}$$

Razmerje obeh rezultatov da:

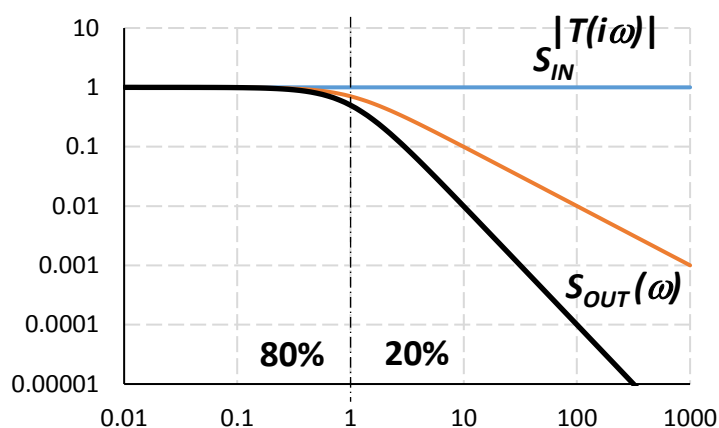
$$\frac{x'_{EFOUT}}{x_{EFOUT}} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} = 0,80$$

Torej interval spektralne gostote povprečne šumne moči nad prelomno frekvenco RC člena prispeva k celotni efektivni vrednosti šuma le 20%, 80% šuma pa je vsebovano v področju do prelomne frekvence RC filtra.

Efektivno vrednost šumne napetosti lahko izračunamo tudi mimo integriranja tako, kot da spekter šuma obsega le območje do $f = 1/2\pi RC$ in dobljeno vrednost povečamo za 25%.

Hkrati to kaže, da je RC filter pravzaprav kljub položnosti v zapornem delu zelo primeren za izločanje šuma pri velikih frekvencah. Tudi če za izločanje

šuma uporabimo filter velikega reda (z veliko RC členi ali celo operacijskimi ojačevalniki) z enako prelomno frekvenco, ne bomo šuma zmanjšali za več kot 20%, za tisti prispevek torej, ki je prisoten nad frekvenco $\omega = 1/RC$.



Slika 6.2: Amplitudni spekter šumne napetosti na izhodu iz RC člena; horizontalna os predstavlja $\omega = 1/RC$, vertikalna os je normirana na S_{IN} . Del spektra $S_{OUT}(\omega)$ do meje pri $\omega=1$ prispeva 80%, del pri večjih frekvencah pa le 20% k efektivni vrednosti šuma

7. Merilo za šumne lastnosti signalov in vezij

Zdaj o šumih vemo že dovolj, da se lahko vrnemo k definicijam kakovosti signalov in vezij. Pri točnem merjenju signala nas torej moti šum; signal lahko določimo le do meja, ki jih postavljajo fluktuacije signala zaradi šuma. Zato se zdi smiselno definirati kakovost signala SNR («signal to noise ratio») kot razmerje velikosti signala proti velikosti šuma, ki ta signal kvira. Ker je za efekt na bremenu spet merodajna moč, je definicija zasnovana na razmerju kvadratov efektivnih napetosti:

$$SNR = \left(\frac{\text{efektivna velikost signala}}{\text{efektivna velikost šuma}} \right)^2 \quad \text{ali} \quad SNR[dB] = 20 \log \left(\frac{\text{efektivna velikost signala}}{\text{efektivna velikost šuma}} \right)$$

Za primer: avdio signal z vrednostjo $SNR < 40 \text{ dB}$ je slabe kakovosti, v njem je slišati šumenje v ozadju. Pri $SNR > 40 \text{ dB}$ je šumenje manj opazno, pri $SNR > 60 \text{ dB}$ pa ne več (zahtevni poslušalci bodo pri tihih delih skladb vseeno slišali šum). Glasba, posneta na CD, ima lahko razmerje SNR do 100 dB . Pri meritvah v fiziki zelo velika razmerja med signalom in šumom omogočajo zaznavanje res majhnih sprememb merjene veličine, zato zahteve po $SNR > 80 \text{ dB}$ niso redkost.

Elektronsko vezje dobi na vhodu signal pomešan s šumom, torej bolj ali manj kakovosten signal, ki mu pripišemo SNR_{IN} vrednost. Po poti skozi elektronsko vezje se lahko to razmerje spremeni in

izhodnemu signalu pripišemo drugačno kakovost SNR_{OUT} . Kakovost vezja glede šuma potem označimo s šumnim faktorjem F («noise factor»):

$$F = \frac{SNR_{IN}}{SNR_{OUT}}$$

Isto razmerje lahko izrazimo tudi v logaritemskih enotah, takrat ga imenujemo šumno število NF («noise figure»).

$$NF [dB] = 10 \log \frac{SNR_{IN}}{SNR_{OUT}} = SNR_{IN}[dB] - SNR_{OUT}[dB]$$

Običajno se razmerje SNR poslabša v ojačevalnikih, saj ti le dodajo nekaj šuma, ki je posledica naključnega gibanja nosilcev naboja v elektronskih elementih, zanje je torej šumni faktor $F > 1$ in $NF > 0$; zelo kakovostni ojačevalniki imajo zato šumno število NF blizu nič.

8. Vrste šumov po spektralnih lastnostih

Šume ločimo po obliki spektralne gostote povprečne moči. Oblika je posledica mehanizma, ki naključno spreminjanje lastnosti elementov povzroča.

- a) Najbolj splošen (in hkrati trdovraten) je termični šum («thermal noise», «Johnson-Nyquist noise»), ki ga povzroča naključno gibanje nosilcev naboja zaradi temperature; pri višjih temperaturah je gibanje izrazitejše, zato se velikost šuma s temperaturo večja. Termični šum ima konstantno spektralno gostoto povprečne moči $S(\omega)$, za tak šum pravimo, da je bel po analogiji z belo svetlobo, kjer so vse valovne dolžine svetlobe enako zastopane.

V vsakem prevodniku se elektroni pod vplivom temperature naključno gibljejo. Navzven se to gibanje kaže kot šum, ki ga lahko namerimo med sponkama prevodnika; vsi elektronski elementi so zato viri šuma. Za upornike spektralna gostota povprečne šumne moči zaradi termičnega gibanja elektronov znaša:

$$S_R(\omega) = 4kTR \quad , \text{ pri tem je } k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ in } T \text{ absolutna temperatura upornika}$$

Ko pri sobni temperaturi merimo šum na sponkah upornika z upornostjo $R = 10 \text{ k}\Omega$ z merilnikom, ki zaznava signale s frekvencami do največ 1 MHz, namerimo:

$$x_{EFR} = \sqrt{\int_0^{1 \text{ MHz}} 4kTR df} = \sqrt{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290 \cdot 10^4 \cdot 10^6} = 12,7 \mu V$$

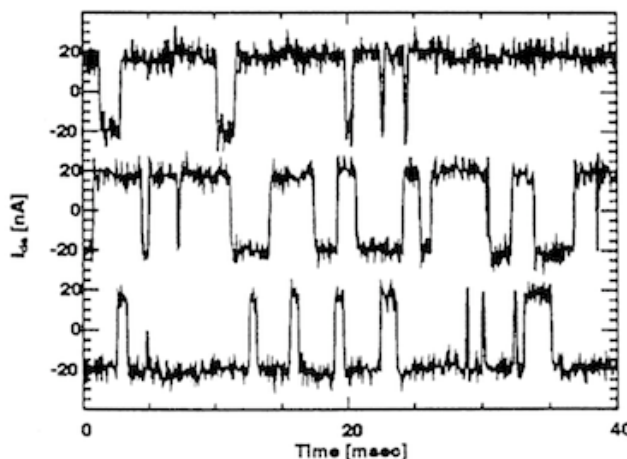
Izraz kaže, da upornik z desetkratno upornostjo R daje le $\sqrt{10}$ krat več šuma. Enako velja tudi za povečanje frekvenčnega obsega merilnika; merilnik, ki dobro dela do frekvence 10 MHz, bi nameril v zgornjem primeru 38 μV šuma. Mimogrede, spektralna gostota povprečne moči S_R v tem primeru znaša $160 \cdot 10^{-18} [V^2/Hz]$.

- b) Po vezjih se pretakajo električni tokovi, ki so le gibanje množice nosilcev naboja. Naboj vsakega posameznega nosilca je kvantiziran in znaša $e_0 = 1,6 \cdot 10^{-18} \text{ As}$. Če je električni tok velik, je velik tudi pretok nosilcev naboja in takrat ni opaziti vpliva posameznega nosilca. Pri majhnih tokovih pa vsak nosilec naboja šteje in zato si takrat lahko električni tok predstavljamo kot tok voda po kapljicah; ni nujno, da v vsaki časovni enoti steče skozi vezje natanko isto število nosilcev naboja. Tako kvantizirano gibanje nabojev popišemo s šumom, ki ga imenujemo šum zrnatosti («shot noise»). Spektralna gostota tega šuma se s frekvenco ne spreminja, efektivno vrednost šumnega toka pa podaja teorija kot: $i_{EF} = \sqrt{2 e_0 I_{DC} \Delta f}$.

Za nekaj občutka: pri toku $I_{DC} = 1 A$ in frekvenčnem razponu $\Delta f = 10 kHz$ je efektivna vrednost šumnega toka enaka 57 nA, pri toku 1 μA pa 56 pA. V prvem primeru je razmerje *SNR* enako 144 dB, v drugem primeru pa le 85 dB.

Zgornja formula velja v primeru, da se nosilci naboja gibljejo nekorelirano. Tako se gibljejo na primer v spojih polprevodniških elementov, v kovinah pa je gibanje nosilcev naboja usklajeno, zato je tam opaziti manj šuma zrnatosti.

- c) Zaradi nepopolne izdelave elementov pride do dodatnega šuma, ki ga imenujemo rožnati šum («pink noise» ali «flicker noise»). Šum ima značilno spektralno gostoto, ki je največja pri majhnih frekvencah, zato se udomačil zanj tudi izraz « $1/f$ šum». Ta šum je pogosto posledica nečistoč v polprevodniških materialih ali nepopolnih stikov med različnimi kovinami. V upornikih ta šum povečuje tisto komponento šuma, ki je posledica termičnega gibanja nosilcev naboja. Rožnati šum je najmanj izrazit v žičnih upornikih, sledijo uporniki «metal-film», najslabši pa so ogljeni uporniki.
- d) Zaradi slabe izdelave elektronskih elementov se lahko povezave med elementi naključno izgubljajo in spet vzpostavljajo ali vsaj povzročajo navidezne sunkovite spremembe lastnosti komponent. Ker so tudi ti pojavi naključni, jih popisujemo s šumom pokovke («burst noise», «popcorn noise») zaradi zvoka, ki bi ga tak šum povzročil na zvočniku. Šum te vrste je močnejši pri majhnih frekvencah in ga lahko popolnoma odstranimo z zamenjavo slabih elementov z dobrimi.

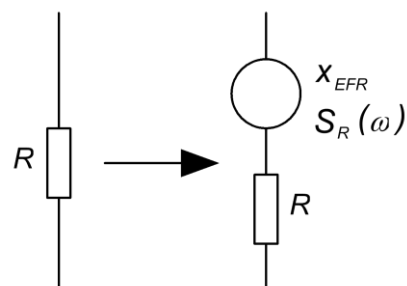


Slika 8.1: Šum pokovke (Wikipedia)

9. Šumne lastnosti elementov

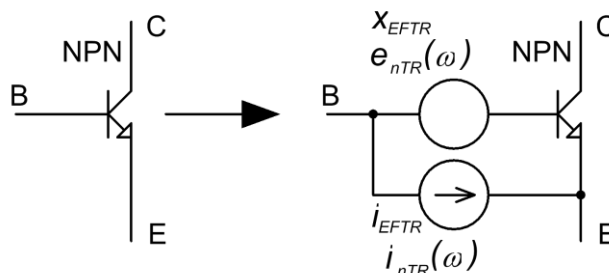
Ker je vzrokov za šum več, je najlažje vsakemu elementu v električnem vezju pripisati njegove šumne lastnosti, nato pa ovrednotiti šumne lastnosti vezja v celoti.

- a) Upornikom pripisujemo termični šum (in včasih šum zrnatosti), ostalim vrstam šuma pa se izognemo z izbiro kakovostnih elementov z dobrimi kontakti in malo nečistočami. Pri analizi šuma vezja zato šumeč realen upornik nadomestimo z nešumečim idealnim upornikom in zaporedno vezanim šumnim virom. Idealnemu uporniku pripišemo enako upornost, kot jo ima realni upornik. Šumnemu viru pripišemo efektivno vrednost šumne napetosti $x_{EFR} = \sqrt{4 k T R \Delta f}$ po formulah v prejšnjih poglavjih če poznamo frekvenčni pas, v katerem nas šum zanima, sicer pa spektralno gostoto povprečne šumne napetosti $e_{nR} = \sqrt{4 k T R}$ ali pa spektralno gostoto povprečne šumne moči S_R .



Slika 9.1: Nadomestna shema za šumeč upornik

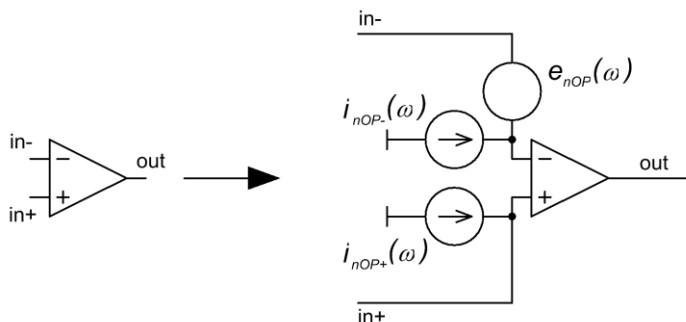
- b) Kondenzatorjem in tuljavam ne pripisujemo šumnih lastnosti.
 c) V tranzistorju je vzrokov za šum veliko, a jih ponazorimo z dvema šumnima viroma po sliki 9.2. Prvi vir je napetostni, pripišemo mu efektivno vrednost šumne napetosti x_{EFTR} kot skupek šumnih lastnosti tranzistorja takrat, ko je šum v opazovanem frekvenčnem področju enakomeren, sicer pa spektralno gostoto povprečne šumne napetosti $e_{nTR}(\omega)$.



Slika 9.2: Nadomestna shema za šumeč tranzistor

Drugi vir je tokovni, temu pripišemo efektivno vrednost šumnega toka i_{EFTR} ali spektralno gostoto povprečnega šumnega toka $i_{nTR}(\omega)$, vse po podatkih proizvajalca.

- d) V notranjosti operacijskega ojačevalnika je virov šuma še več, saj vsebuje poleg upornikov in kondenzatorjev še nekaj deset tranzistorjev. Zato šumne lastnosti vseh elementov v operacijskem ojačevalniku ponazorimo s tremi šumnimi viri po sliki 9.3. Vrednosti vsakega od šumnih virov lahko preberemo iz kataloga proizvajalca. Tokovna šumna vira i_{nOP+} in i_{nOP-} sta po velikosti enaka in povezana od obeh vhodov v operacijski ojačevalnik do ozemljitve, napetostni šumni vir e_{nOP} pa je en sam in je vezan zaporedno z enim od vhodov v operacijski ojačevalnik. Alternativno lahko vrednosti teh virov zaznamuje tudi efektivna vrednost toka ali napetosti takrat, ko je frekvenčni pas opazovanja v naprej znan.



Slika 9.3: Nadomestna shema za šumeč operacijski ojačevalnik

V točki c) je treba upoštevati, da so šumne lastnosti tranzistorja močno odvisne od toka skozenj, kar je podano tudi v diagramih proizvajalcev. Za obe točki c) in d) velja, da sta spektralni gostoti povprečne šumne napetosti e_{nOP} in toka i_{nOP} močno odvisni od frekvence; običajno sta večji pri majhnih frekvencah zaradi rožnatega šuma, pri srednjih (optimalna frekvenca) sta spektralni gostoti šuma najmanjši in se spet povečujeta pri velikih frekvencah. Za različne elemente je optimalna frekvenca različna. Podajamo še šumne podatke za nekaj izbranih operacijskih ojačevalnikov, kakršne najdemo na prvih straneh tovarniških podatkov za element (seveda so tam navedene le najboljše vrednosti):

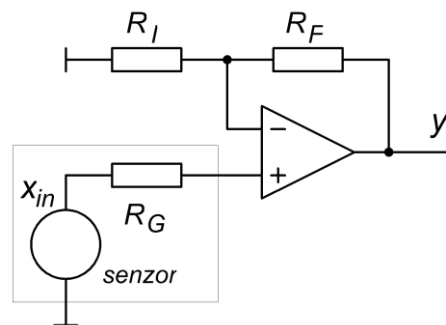
OP	$e_{nOP} \left[\frac{nV}{\sqrt{Hz}} \right]$	$i_{nOP} \left[\frac{pA}{\sqrt{Hz}} \right]$
TL081	15	0,01
OP27	3	0,5
OPA211	1,2	2
LMC6044	83	0,002

Kateri operacijski ojačevalnik torej izbrati za naše vezje, če je pomemben kriterij šum?

10. Šumi in vezja z operacijskimi ojačevalniki

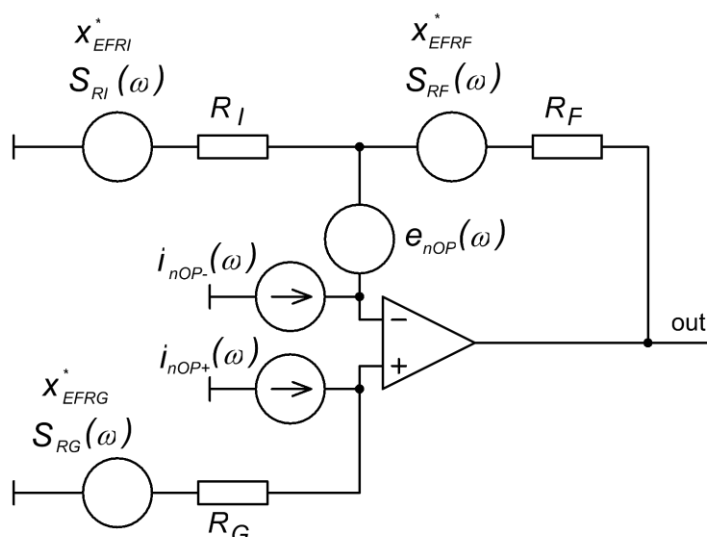
Vzemimo standardno ojačevalno stopnjo z operacijskim ojačevalnikom in analizirajmo šumne razmere. Shema standardnega ne-invertiranega ojačevalnika je na sliki 10.1. Vhodni signal x_{in} prihaja s sensorja, katerega notranja upornost je predstavljena z upornikom

R_G . Ojačenje takega vezja je $1 + R_F/R_I$. Na sliki 10.2 je isto vezje prilagojeno šumni analizi tako, da so razvidni nadomestni šumni viri za vsak element posebej. Vsak upornik šumi (tudi notranja upornost sensorja daje šum), zato je v nadomestnem vezju vsakemu uporniku pripisan napetostni šumni vir, katerega spektralna gostota šumne napetosti je $e_{nR} = \sqrt{4kTR_n}$. Operacijskemu ojačevalniku pripišemo šumne lastnosti z enim napetostnim šumnim virom in dvema tokovnima šumnima viroma, slika 9.3, po podatkih proizvajalca.



Slika 10.1: Ojačevalna stopnja z operacijskim ojačevalnikom

Vezje je linearno, zato se analize lotimo po načelu superpozicije. Efektivno vrednost šuma na izhodu vezja izračunamo za vsak vir posebej in po šestih analizah dobimo šest delnih rezultatov, ki so posledica vzbujanja s posameznim šumnim virom. Ta delna vzbujanja geometrijsko seštejemo da dobimo celotno efektivno vrednost šumne napetosti x_{EFC} na izhodu ojačevalnika. Geometrijsko seštevanje je potrebno, saj posamezni prispevki med sabo niso korelirani. Če se pri analizi izkaže, da so nekateri prispevki bistveno manjši od drugih, jih lahko zanemarimo; zaradi geometrijskega seštevanja lahko zanemarimo vse tiste prispevke, ki so veliki do 1/3 ostalih, saj ti po geometrijskem seštevanju k skupnemu šumu prispevajo le okoli 5 % ($\sqrt{10^2 + 3^2} = \sqrt{110} = 10,5$).



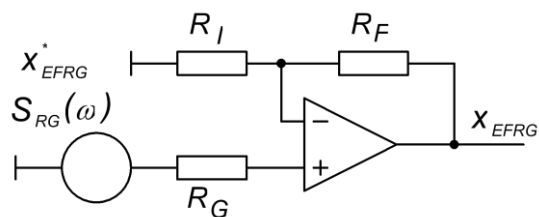
Slika 10.2: Nadomestna shema vezja s slike 10.1, kjer so vrisani vsi šumni viri vezja

Izračun za potrebe tega zglada poenostavimo. Šum na izhodu iz vezja merimo z inštrumentom, ki ima omejen frekvenčni pas, zato lahko predpostavimo, da vse prispevke šumnih virov zaznavamo v enakem frekvenčnem obsegu Δf , ki ga zmora merilnik. Predpostavimo še, da so spektralne gostote vseh šumnih virov v tem frekvenčnem pasu konstantne, da torej v tem frekvenčnem pasu vsi viri dajejo beli šum. Če ti dve predpostavki ne veljata, je treba prispevek vsakega šumnega vira ovrednotiti v takem frekvenčnem pasu, kot ga zanj narekujejo lastnosti ojačevalnika in merilnega inštrumenta, zaradi različne spektralne gostote šuma v tem pasu frekvenc pa je treba posamezen prispevek določiti z integriranjem spektralne gostote vira.

Prispevek šuma sensorjeve notranje upornosti R_G ovrednotimo na podlagi nadomestne sheme s slike 10.3, kjer so odstranjeni vsi viri razen tistega, ki ponazarja šumne lastnosti upornika R_G . Ta vir ima efektivno velikost, ki jo izračunamo po formuli:

$$x_{EFRG}^* = \sqrt{4kTR_G\Delta f}$$

In je vezan na ne-invertirani vhod operacijskega ojačevalnika z ojačenjem $\left(1 + \frac{R_F}{R_I}\right) = 1 + G \approx G$, zato v prvo vrstico spodnje tabele zapišemo ta rezultat. Ostale vrstice tabele zapolnimo z na enak način izračunanimi prispevki ostalih virov.



Slika 10.3: Nadomestno vezje za računanje prispevka R_G

Prispevek R_G :	$x_{EFRG} = \left(1 + \frac{R_F}{R_I}\right) \sqrt{R_G} \sqrt{4kT} \sqrt{\Delta f} \approx G \sqrt{R_G} \sqrt{4kT} \sqrt{\Delta f}$	
Prispevek R_F :	$x_{EFRF} = \sqrt{R_F} \sqrt{4kT} \sqrt{\Delta f} \approx \sqrt{G} \sqrt{R_I} \sqrt{4kT} \sqrt{\Delta f}$	zanemari
Prispevek R_I :	$x_{EFRI} = \frac{R_F}{R_I} \sqrt{R_I} \sqrt{4kT} \sqrt{\Delta f} \approx G \sqrt{R_I} \sqrt{4kT} \sqrt{\Delta f}$	zanemari
Prispevek i_{n+OP} :	$x_{EFIn+} = \frac{R_F}{R_I} R_G i_{n+OP} \sqrt{\Delta f} \approx G R_G i_{n+OP} \sqrt{\Delta f}$	
Prispevek i_{n-OP} :	$x_{EFIn-} = R_F i_{n-OP} \sqrt{\Delta f} \approx G R_I i_{n-OP} \sqrt{\Delta f}$	zanemari
Prispevek e_n :	$x_{EFen} = e_n \frac{R_F}{R_I} \sqrt{\Delta f} \approx G e_n \sqrt{\Delta f}$	

Če vezje sami sestavljamo, lahko izberemo vrednost elementov R_I in R_F , s katerima je določeno ojačenje stopnje G ; navadno je ojačenje stopnje vsaj pet. Če izberemo $R_I \ll R_G$, sta šumna prispevka upornikov R_I in R_F k skupni šumni napetosti na izhodu ojačevalnika zanemarljiva v primeri s prispevkom upornosti senzorja R_G . Ob taki izbiri vrednosti upornikov je zanemarljiv tudi prispevek tokovnega šumnega generatorja ob invertiranem vhodu v operacijski ojačevalnik.

Šum na izhodu zato tvorijo le trije prispevki, ki jih je treba geometrijsko sešteti:

- zaradi notranje upornosti senzorja R_G ,
- zaradi tokovnega šumnega vira i_{n+OP} ob ne-invertiranem vhodu v operacijski ojačevalnik ter
- zaradi napetostnega šumnega vira e_{nOP} operacijskega ojačevalnika.

Vidimo, da so vsi trije prispevki sorazmerni ojačenju stopnje; pri večjem ojačenju bolj ojačimo signal in tudi vse prispevke šuma, zato je razmerje SNR na izhodu ojačevalnika neodvisno od ojačenja stopnje. Hkrati je videti tudi, da so vsi prispevki sorazmerni korenu frekvenčnega pasu, v katerem opazujemo izhodni signal. Videti je, da je le prvi prispevek odvisen od temperature (kar ni čisto res), a daje slutiti, da bo hlajenje senzorja pomagalo, hlajenje ojačevalnika pa ne.

Vse tri prispevke narišemo v diagram; na abscisno os nanašamo različne vrednosti upornosti senzorja R_G , na ordinatno os pa efektivno velikost teh treh šumnih prispevkov in njihove vsote na izhodu ojačevalnika. Obe osi naj bosta narisani v logaritemskem merilu, slika 10.4.

Prispevek zaradi napetostnega šumnega vira operacijskega ojačevalnika e_{nOP} je neodvisen od R_G , zato ga v diagramu predstavlja vodoravna premica x_{EFen} . Njen položaj oziroma vrednost e_{nOP} je odvisen od uporabljenega operacijskega ojačevalnika; za večji e_{nOP} (slabše šumne lastnosti ojačevalnika) je premica višje.

Prispevek x_{EFin+} zaradi tokovnega vira i_{nOP} narašča premo sorazmerno z R_G , v diagramu je predstavljena s premico z naklonom 45° . Za operacijske ojačevalnike z večjim i_{nOP} se ta premica vzporedno premakne navzgor.

Prispevek x_{EFRG} zaradi šuma upornosti R_G narašča s korenem upornosti senzorja, zato je v diagramu narisana s premico s pol manjšim naklonom od tiste za prispevek vira e_{nOP} . Na upornost senzorja običajno ne moremo vplivati z izbiro elementov v vezju, zato je ta premica na stalnem položaju.

Zdaj je izbira primerne ojačevalnika lažja. Pri majhnih upornostih generatorja k skupnemu šumu največ prispeva napetostni šum ojačevalnika e_{nOP} , zato je pri virih signalov z majhno notranjo upornostjo smiselno iskati operacijski ojačevalnik z majhnim e_{nOP} , na primer OPA211 ali OP27. Za vire signala z velikimi notranjimi upornostmi k skupnemu šumu na izhodu ojačevalnika največ prispeva tokovni šum operacijskega ojačevalnika i_{nOP} , zato takrat izbiramo operacijski ojačevalnik z majhnim tokovnim šumom, na primer LMC6044 (tudi ceneni TL081 je zelo dobra izbira). Pri srednjih upornostih senzorja lahko vedno najdemo tak operacijski ojačevalnik, za katerega dominira šum notranje upornosti senzorja in v tem primeru ojačevalna stopnja ne kvira razmerja SNR , ki ga diktira senzor.

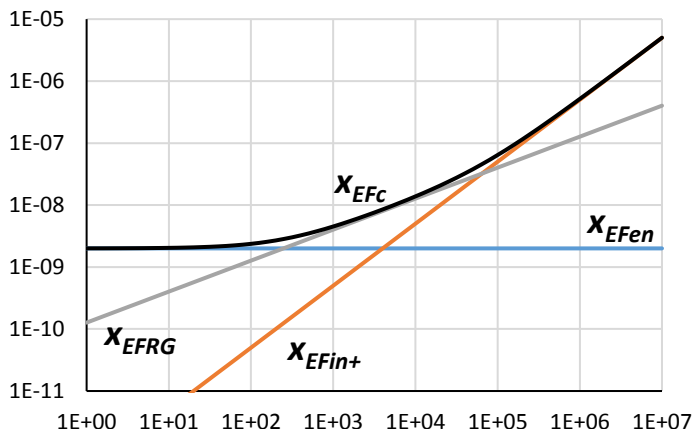
Izbira optimalnega ojačevalnika je zaradi frekvenčne odvisnosti šumnih lastnosti običajno težja, saj je treba ovrednotiti prispevke virov šuma z integriranjem. Ovrednotenje za nas lahko opravi računalniški simulacijski program, optimizacija in izbira pa ostaneta v rokah načrtovalca vezja.

Enako razmišljanje velja tudi za izbiro primerne tranzistorja. Tudi tam se bipolarni tranzistorji bolje obnašajo v kombinaciji s senzorji z majhno notranjo upornostjo, unipolarni tranzistorji pa so primernejši za senzorje z velikimi notranjimi upornostmi.

11. Borba proti šumom

Osnovna vrsta šuma, ki je vedno prisotna v vezjih ne glede na kakovost izdelave elementov, je termični šum. Ta je sorazmeren temperaturi, upornosti šumečega elementa in frekvenčnemu pasu, v katerem je elektronsko vezje dovzetno za šum. Ti trije dejavniki tudi nakazujejo osnovne načine borbe proti šumu:

- Vezja manj šumijo, če jih hladimo. Pri upornikih efektivna vrednost šuma narašča s korenem absolutne temperature, kar kaže na to, da sprememba temperature od 20° na -30° ne daje omembe vrednega rezultata. Tako razmišljanje velja le za upornike, kjer je temperatura skrita pod korensko funkcijo. Pri polprevodniških elementih in fizikalnih efektih, ki jih izrabljamo v



Slika 10.4: Vsi trije šumni prispevki normirani na $\Delta f = 1$, (ordinatna os, $[V/\sqrt{Hz}]$) in njihova geometrijska vsota (črno) ojačevalnika s slike 10.1 v odvisnosti od upornosti vira R_G (horizontalna os, $[\Omega]$).

senzorjih pa je temperature lahko skrita tudi v eksponentih funkcij, pri teh so razmere drugačne in če razmeroma šibko hlajenje lahko bistveno spremeni šumne lastnosti.

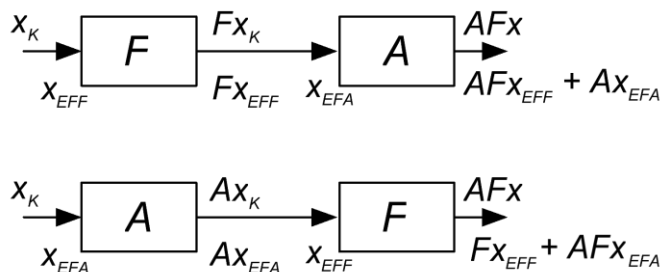
- b) Gradimo vezja z upornostmi manjših vrednosti. Vezja zato porabijo več električnega toka, a to ponekod lahko kompenziramo z zmanjšanjem napajalne napetosti.
- c) Koristni signal, ki ga želimo z vezjem obdelovati in mu je šum primešan, navadno zavzema le omejen del frekvenčnega spektra. Šum je porazdeljen po širšem frekvenčnem pasu. Vezja zato lahko opremimo s filtri, ki odstranijo šum v tistem delu frekvenčnega spektra, ki s stališča obdelave koristnega signala ni zanimiv.

Za avdio signal je na primer koristno območje med 20 Hz in 20 kHz. Če je frekvenčni pas šuma večji od tega, lahko uporabimo pasovno-prepustni filter in odstranimo vse komponente šuma, ki segajo ven iz navedenega območja pod 20 Hz in nad 20 kHz; efektivna vrednost šumne napetosti je zato manjša in izboljša se razmerje *SNR*. Morda velja pomislek, da naša ušesa ne slišijo signalov izven slišnega območja in se tako vedejo kot človeku vgrajen filter. Kljub temu je filter lahko koristen; signal izven slušnega območja vseeno potuje do zvočnika, zaradi njega se električna energija pretvarja v zvočno in toplotno v ojačevalniku in zvočniku. Zaradi prevelikega šuma izven slišnega območja lahko celo pride do preobremenitev ojačevalnika in popačitve zvočnega signala...

Če je za obdelavo koristnega signala x_k potreben filter F in ojačevalnik A , imamo na razpolago dve možni zaporedni vezavi teh dveh blokov, slika 11.1; obe vezavi sta s stališča obdelave koristnega signala enakovredni, saj na izhodu vezja obakrat dobimo ojačan in filtriran koristni signal $A F x_k$. Se pa vezji razlikujeta glede procesiranja šumov, ki nastajajo v vsakem bloku posebej. Podobno, kot smo to počeli za ojačevalno stopnjo z operacijskim ojačevalnikom lahko pripišemo šumne lastnosti v podobi šumnega vira še ojačevalniku A (te naj ponazarja x_{EFA}) in filtru F (te naj ponazarja x_{EFF}).

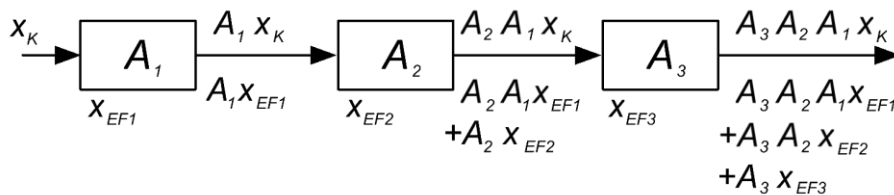
Če najprej filtriramo, dobimo na izhodu filtra filtriran šum filtra $F x_{EFF}$, ki ga v ojačevalniku ojačimo in dobimo ojačan in filtriran šum filtra $A F x_{EFF}$. Šum ojačevalnika pride do njegovega izhoda ojačen, zato je njegova vrednost $A x_{EFA}$. Skupaj dobimo na izhodu drugega bloka signal $A F x_k + A F x_{EFF} + A x_{EFA}$.

Če vrstni red procesiranja obrnemo in najprej ojačujemo, dobimo na izhodu ojačevalnika ojačen šum ojačevalnika $A x_{EFA}$, ki po filtru dobi vrednost $A F x_{EFA}$. Šum filtra pride skozi filter filtriran, torej je njegova velikost $F x_{EFF}$. Skupaj dobimo na izhodu drugega bloka signal $A F x_k + F x_{EFF} + F A x_{EFA}$. Očitno je v drugem primeru šuma manj. Kadar signal obdelujemo v več zaporednih stopnjah, je najbolje najprej signale ojačiti in šele pri koncu obdelave filtrirati. Za filtriranje je pogosto dovolj dober že RC člen (glej poglavje 6).



Slika 11.1: Vrstni red procesiranja je tudi pri analogni obdelavi signalov pomemben

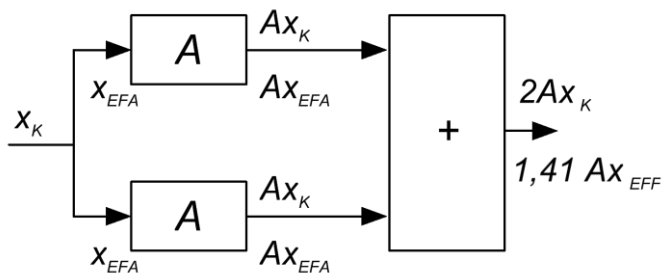
- d) Kadar je treba vhodni signal močno ojačiti, ojačevalnik zgradimo iz več blokov. Pri linearni elektroniki smo ugotovili, da je frekvenčni pas ojačevalne stopnje obratno-sorazmeren ojačenju te stopnje. Z enim operacijskim ojačevalnikom lahko naredimo ojačevalno stopnjo z velikim ojačenjem, a tako ojačenje dobimo le za razmeroma majhne frekvence. Obratno lahko isti operacijski ojačevalnik uporabimo v vezju, ki ima le majhno ojačenje, a je zato njegov frekvenčni pas širok. Kadar potrebujemo ojačevalnik z velikim ojačenjem do velikih frekvenc,



Slika 11.2: Na izhodu verige ojačevalnikov je najbolj ojačan šum prve stopnje, zato je smiselno najbolje narediti prvo stopnjo

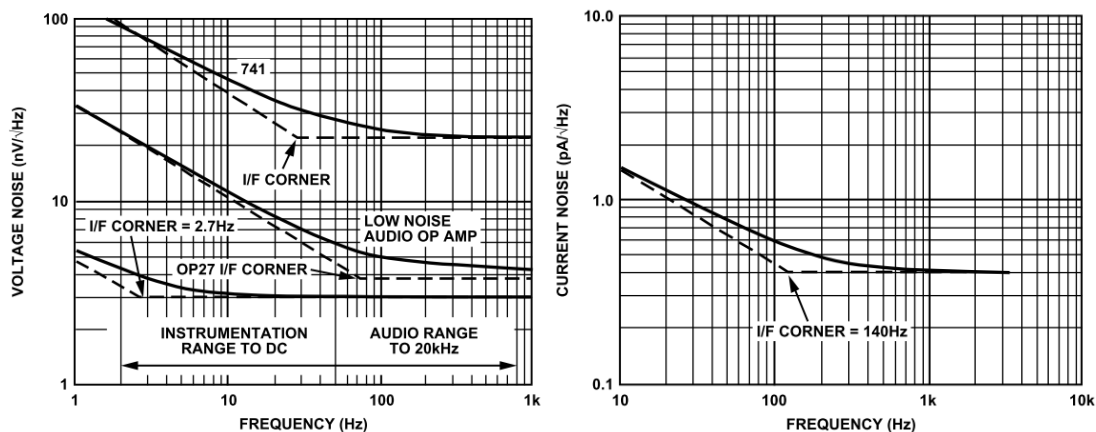
naredimo več stopenj z majhnim ojačenjem. Pri današnjem stanju tehnike lahko računamo z ojačenjem vsaj 10 za posamezno stopnjo. Kako je s šumom v taki verigi ojačevalnikov? Vsaki stopnji k pripišemo šumne lastnosti v obliki vhodnega šuma x_{EFk} . Po prvem ojačevalniku torej dobimo ojačen šum prve stopnje. Po drugi stopnji dobimo dvakrat ojačen šum prve stopnje in ojačen šum druge stopnje. Po tretjem ojačevalniku dobimo trikrat ojačen šum prve stopnje, dvakrat ojačen šum druge stopnje in ojačen šum tretje stopnje. Ker je treba te prispevke geometrijsko sešteti je očitno, da k vsoti šumov na izhodu tretje stopnje najbolj vpliva šum prve stopnje, ostalih dveh zaradi geometrijskega seštevanje in ojačenja posamezne stopnje lahko zanemarimo. Če želimo zmanjšati šum pri taki zaporedni vezavi ojačevalnih stopenj, je najbolje optimirati prvo stopnjo in narediti njen šum čim manjši.

- e) Zmanjševanja šuma se lahko lotimo tudi z vzporedno vezavo ojačevalnih stopenj po sliki 12.3. V tem primeru na izhodu vsake stopnje dobimo ojačen koristni signal in ojačen šum posamezne stopnje $A x_k + A x_{EFA}$. Ko ta dva signal seštejemo, dobimo $2 A x_k + \sqrt{2} A x_{EFA}$, saj šumna signala z dveh ojačevalnikov nista korelirana in se seštevata geometrijsko za razliko od koristnih signalov, ki sta enaka. Če vzporedno vežemo več ojačevalnikov, je efekt večji.



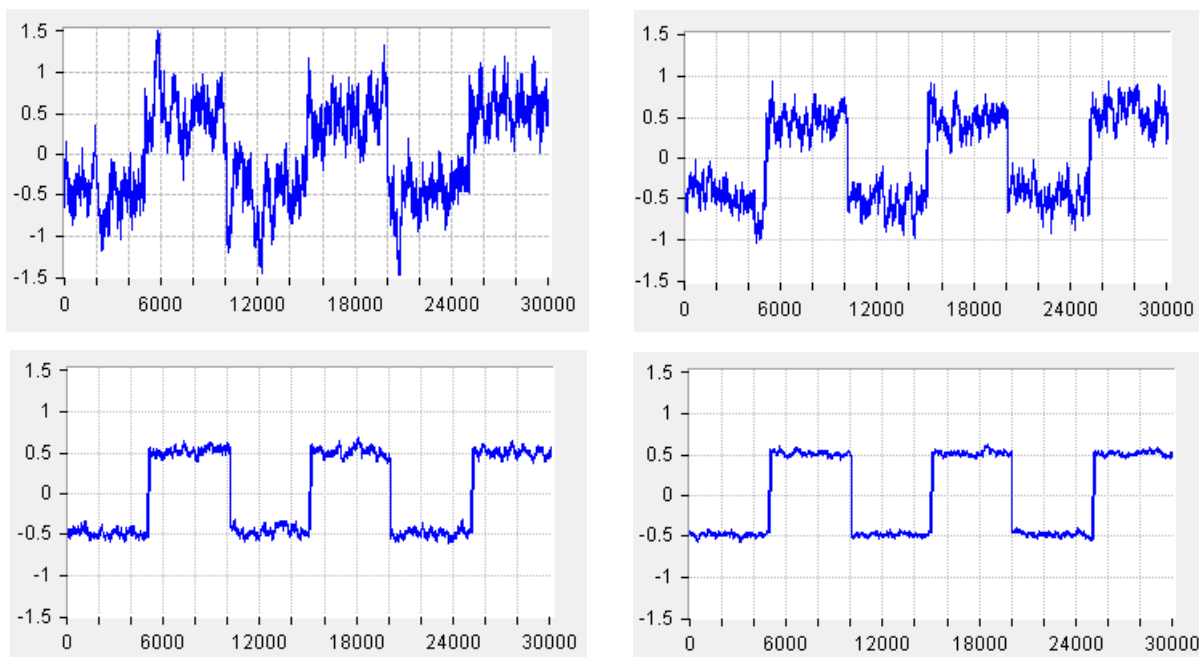
Slika 11.3: Signali se seštevajo normalno, šumi pa geometrijsko

- f) Spektralna gostota šuma za aktivne elektronske komponente ni konstantna. Večina komponent močnejše šumi pri majhnih in velikih frekvencah, v srednjem področju pa manj; meje med področji so odvisne od komponent. Pri optimizaciji šuma imamo zato dve poti:
- Izberemo lahko komponente, ki pri zahtevanem frekvenčnem področju čim manj šumijo.
 - Rabo vezja koncipiramo tako, da poteka v za elemente najmanj šumečem delu frekvenčnega spektra. Če gre na primer za sinhrono detekcijo, lahko vzbujalno frekvenco sami izberemo v najbolj ugodnem delu spektra.



Slika 11.4: Nekaj spektralnih odvisnosti šumnih virov operacijskih ojačevalnikov (OP27)

Zgornje točke veljajo za sprotno analizo signalov. Če narava merjenja to dopušča, lahko šum še zmanjšamo tako, da meritev večkrat ponovimo in rezultate merjenj seštejemo (ali povprečimo). Postopek je soroden tistemu, ki je opisan v e), le da tokrat namesto večjega števila ojačevalnikov meritev večkrat ponovimo z istim ojačevalnikom. Spet izkoriščamo dejstvo, da je šum naključen in da njegova velikost narašča s korenem števila ponovitev meritve, medtem ko velikost vsote koristnih signalov narašča linearno s številom ponovitev meritve.



Slika 11.4: Močno zašumljen pravokotni signal zgoraj levo izčisti ponavljanje meritve in povprečenje; zgoraj desno po treh ponovitvah, spodaj levo po tridesetih in spodaj desno po stotih ponovitvah

Na slikah 11.5 je prikazan močno zašumljen signal pravokotne oblike; skala je relativna. Če opravimo meritev le enkrat, se da obliko in lastnosti pravokotnega signala le grobo oceniti. Ko meritev istega signala ponovimo trikrat in rezultate povprečimo, so lastnosti že bolj vidne, po še več ponovitvah pa se da precej natančno oceniti lastnosti pravokotnega signala.

Viri:

- Jože Pahor in Dušan Ponikvar: Elektronika v fiziki
- Horowitz, Hill: The Art of Electronics