

**Spremno besedilo za
predavanja o moduliranih signalih**

December 2020

Dušan Ponikvar

UL, Fakulteta za matematiko in fiziko

Modulacije

Elektronska vezja in elemente uporabljamo tudi za merjenje fizikalnih veličin. Te pogosto merimo posredno: fizikalna veličina spremeni električne lastnosti materiala v tipalu, te spremembe pa povzročijo drugačno vrednost izhodnega signala tipala. Za zgled lahko služi običajen potenciometer, ki ga vežemo kot delilnik napetosti po sliki 1. Baterija U_{BAT} služi za napajanje potenciometra, izhodna napetost y na drsniku potenciometra pa je odvisna od kota zasuka α . Zapišemo lahko odvisnost:

$$y = \frac{\alpha}{270} x \quad ; \quad \alpha \equiv \text{kot zasuka v stopinjah, navadno od } 0 \text{ do } 270$$

Podobno lahko s pomočjo delilnika napetosti po sliki 2 merimo katerokoli fizikalno veličino, le enega od upornikov v delilniku moramo izpostaviti merjeni fizikalni veličini in upornost tega upornika mora biti odvisna od fizikalne veličine, ki jo želimo meriti. V tem primeru velja formula:

$$y = x \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cong x \frac{R_2}{R_1} \quad \text{za } R_1 \gg R_2$$

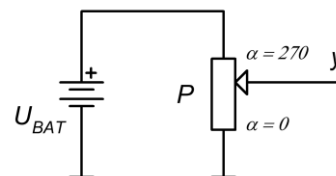
Če je na primer upornost upornika R_2 sorazmerna temperaturi in je upornost R_1 mnogo večja od upornosti R_2 , je izhodna napetost y delilnika linearno odvisna od temperature upornika R_2 . Če bi želeli meriti vlažnost, bi morali za R_2 izbrati upornik, katerega upornost je odvisna od vlažnosti; morda bi zadoščal že s soljo prepojen trak papirja.

Žal so spremembe upornosti zaradi merjene fizikalne veličine navadno majhne, zato se le malo spreminja tudi izhodna napetost takega tipala. Morda lahko najdemo upornik, ki je bolj občutljiv na merjeno veličino, lahko pa tudi izdelamo dober ojačevalnik za signale s sensorja in na ta način naredimo spremembe napetosti y opazno velike. Ojačevalnik ima lahko stranske učinke: tipalo je izpostavljeno merjeni fizikalni veličini, a na njegov izhodni signal vplivajo še vse mogoče motnje, ki so prisotne v okolici sensorja. Najočitnejša motnja je elektromagnetno valovanje, ki je posledica električnega omrežja in ima frekvenco 50 Hz. Zaradi take motnje bo signal iz tipala vseboval še motilno komponento s frekvenco 50 Hz in njenimi mnogokratniki. Če je motilna komponenta velika, lahko popolnoma prekrije koristno komponento in tako pokvari meritev. Dodaten problem lahko predstavljajo tudi termoelektrične napetosti, ki so posledica stikov različnih kovin v električnem vezju ter počasne spremembe lastnosti uporabljenih ojačevalnih elementov, kot so ofsetne napetosti in vhodni tokovi v operacijskih ojačevalnikih. Tudi te neželene spremembe povzročajo počasne električne signale, ki kvarijo meritev.

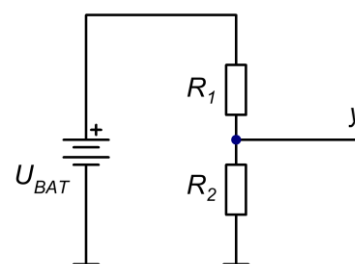
Tem težavam se ognemo, če senzor z vzbujamo poganjamo s harmonsko napetostjo

$$x_D = x_{D0} \cos \omega_0 t$$

in ne z enosmerno napetostjo iz baterije. V tem primeru lahko izberemo primerno frekvenco vzbujanja sensorja, ki naj ne bo enaka frekvenci katerekoli od motilnih komponent. Poskrbimo tudi za konstantno amplitudo ter frekvenco nihanja. Po ojačenju s filtri izločimo vse tisto, kar nima frekvence vzbujanja ter tako odstranimo vpliv motenj.



Slika 1: Potenciometer kot tipalo zasuka; izhodni signal y je sorazmeren kotu α



Slika 2: Delilnik napetosti kot tipalo

Žal tudi ne moremo prevesti meritve vseh fizikalnih veličin na meritve spremembe upornosti. Pogosto je lažje najti kondenzator ali tuljavo, katerih kapacitivnost ali induktivnost se spreminjata pod vplivom merjene fizikalne količine. Za zgled lahko služi merjenje premikov; na premikajoči predmet pritrdimo kovinsko ploščo, poleg nje postavimo drugo prav tako kovinsko ploščo. Ti dve plošči tvorita kondenzator, katerega kapacitivnost je med drugim odvisna od razdalje med ploščama. Če torej primikamo predmet k pritrjeni plošči, se kapacitivnost kondenzatorja veča in primerno elektronsko vezje se na povečanje kapacitivnosti lahko odzove z večjim električnim signalom. Merjenje premikov smo prevedli v merjenje kapacitivnosti, ki je elektronsko gledano dovolj enostavno: na plošči kondenzatorja priključimo harmonsko napetost stalne amplitude in frekvence ter merimo tok skozi kondenzator, ta je sorazmeren kapacitivnosti. Tak na fizikalno veličino občutljiv element skupaj s pripadajočim vezjem tvori tipalo.

Trditvi iz prejšnjih dveh odstavkov lahko strnemo v pot, ki vodi do boljših merilnih rezultatov. Tipalo napajamo s harmonskim signalom znane frekvence in amplitude. Frekvenca naj bo tuja frekvencam motilnih vplivov na tipalo, zato bomo po električni obdelavi signala s tipala lahko le tega s filtriranjem očistili motilnih komponent. Napajanje tipala s harmonskim signalom omogoča še rabo na fizikalne veličine občutljivih kondenzatorjev in tuljav ter nihajnih krogov za senzorje fizikalnih veličin ter tako razširja nabor fizikalnih veličin, ki jih lahko merimo; najti moramo le primeren kondenzator ali tuljavo, katerih vrednost je odvisna od merjene fizikalne veličine.

Tipala, izdelana na tak način (delilnik napetosti, en od elementov v delilniku je občutljiv na merjeno fizikalno veličino), so linearna vezja, ta pa lahko spremenijo harmonskemu signalu le amplitudo in fazo. Najprej bomo zato definirali lastnosti signala, ki se mu spreminja amplituda ali faza ter spoznali vezja, ki znajo iz harmonskega signala izluščiti njegovo velikost ali fazni kot proti referenčnemu signalu. Govorimo o amplitudni ali fazni modulaciji in demodulaciji.

Linearna vezja ne morejo spremeniti frekvence vzbujalnega signala; če želimo, da lastnosti v tipalu uporabljenih elektronskih elementov spremenijo frekvenco, moramo tipalo uporabiti kot del elektronskega vezja - oscilatorja. Zato je lahko frekvenca nihanja oscilatorja odvisna od, na primer, kapacitivnosti kondenzatorja. Če je kapacitivnost le-tega spet odvisna od merjene fizikalne veličine, smo naredili tipalo s spremenljivo frekvenco izhodnega signala. Takrat govorimo o frekvenčni modulaciji in demodulaciji.

Opisane načine modulacije lahko matematično opišemo. Harmonski signal zapišemo:

$$x = x_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

Pri tem je x_0 amplituda signala, ω_0 njegova frekvenca in φ_0 fazni kot. Pri amplitudni modulaciji se spreminja le amplituda x_0 v ritmu modulacijskega signala, pri fazni modulaciji ostajata amplituda in frekvenca enaki, spreminja pa se kot φ_0 . Pri frekvenčni modulaciji se spreminja samo frekvenca ω_0 . Seveda bi lahko hkrati spreminjali več parametrov harmonskega signala hkrati in dosegli kombinirane načine modulacije, a to presega namen tukajšnjega zapisa.

Amplitudna modulacija - AM

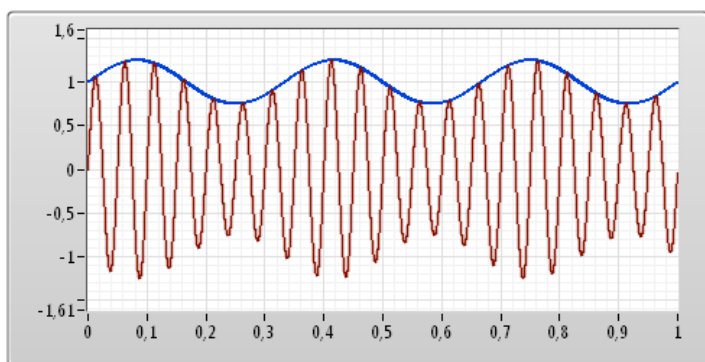
Amplituda izhodnega signala tipala x se običajno le malo spreminja pod vplivom fizikalne veličine. Trdimo lahko, da amplituda opleta okoli srednje vrednosti x_{M0} in se nikoli ne zmanjša na vrednost nič. Vzemimo še, da je opletanje harmonske narave in njegova amplituda znaša x_M , frekvenca pa ω_M . Potem lahko za amplitudo zgoraj definirane ne-moduliranega harmonskega signala zapišemo:

$$x_0 = x_{M0} + x_M \cos(\omega_M t), \quad x_M < x_{M0}$$

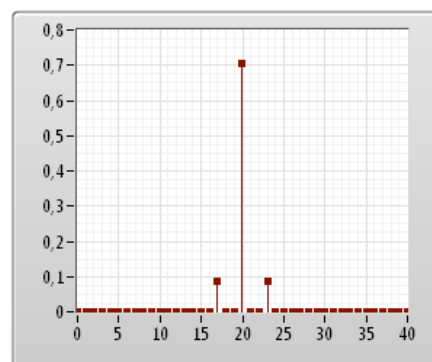
Signal $x_M \cos(\omega_M t)$ imenujemo modulijski signal, amplitudno modulirani harmonski signal x_{AM} pa je, ob upoštevanju $\varphi_0 = 0$, enak:

$$\begin{aligned} x &= x_{AM} = (x_{M0} + x_M \cos(\omega_M t)) \cdot \cos(\omega_0 t) = \\ &= x_{M0} \cos(\omega_0 t) + x_M \cos(\omega_M t) \cos(\omega_0 t) = \\ &= x_{M0} \cos(\omega_0 t) + \frac{x_M}{2} [\cos((\omega_0 + \omega_M)t) + \cos((\omega_0 - \omega_M)t)] \end{aligned}$$

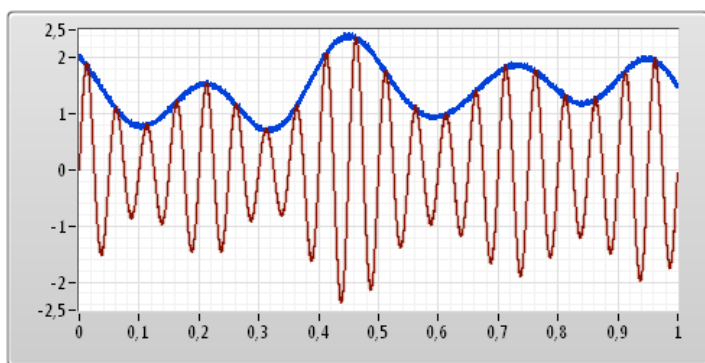
Amplitudno modulirani signal x_{AM} , katerega ovojnica se spreminja okoli srednje vrednosti po harmonski funkciji, je torej v frekvenčnem prostoru sestavljen iz treh komponent: stalne komponente pri frekvenci osnovnega ne-moduliranega signala ω_0 , ter dveh stranskih komponent, ki sta od srednje odmaknjeni za frekvenco modulijskega signala ω_M . Slika 3 podaja časovni potek zgoraj navedenega amplitudno moduliranega signala, slika 4 pa isti signal v frekvenčnem prostoru.



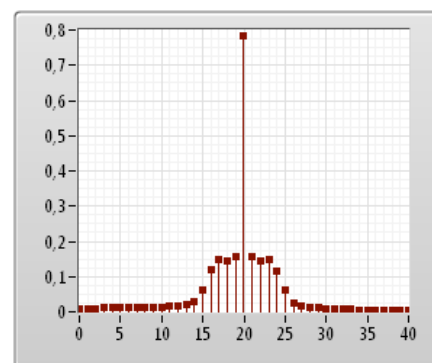
Slika 3: Časovni potek amplitudno moduliranega signala, graf je normiran po velikosti; modro: modulijski signal/ovojnica, rjavo: moduliirani signal



Slika 4: Frekvenčni spekter amplitudno moduliranega signala; graf je normiran po velikosti



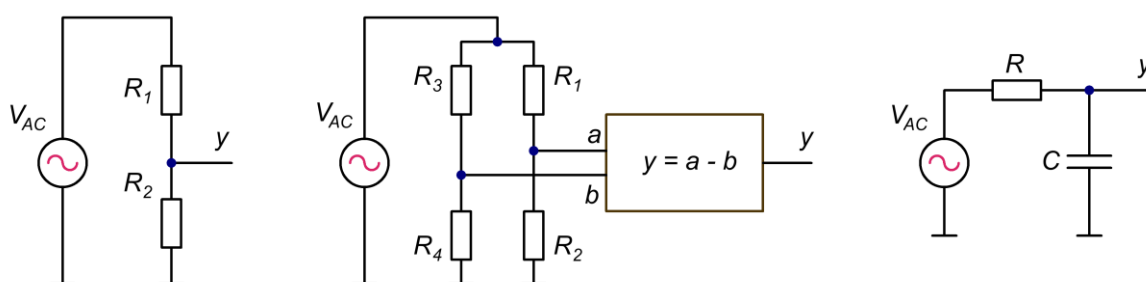
Slika 5: Časovni potek amplitudno moduliranega signala, graf je normiran po velikosti; modro: modulijski signal, rjavo: moduliirani signal



Slika 6: Frekvenčni spekter amplitudno moduliranega signala za pas modulijskih frekvenc

Zgornja analiza je enostavna, a je spreminjanje ovojnice nihanja pod vplivom fizikalne veličine navadno ne-harmonske oblike, slika 5. Za ovrednotenje lahko s pomočjo Fourierove analize ne-harmonsko spreminjanje ovojnice razstavimo v niz harmonskih nihanj primernih amplitud in frekvenc, za vsako od komponent iz niza velja zgornja izpeljava. Ker modulatorski signal zaseda pas frekvenc, je tudi bočnih komponent v spektru moduliranega signala več, slika 6. Modulirani signal zaseda pas frekvenc, katerega širina je dvakratnik največje frekvence, vsebovane v modulatorskem signalu. Iz navedenega potegnemo zaključek: ojačevalnik za amplitudno modulirani signal mora enakomerno ojačevati pas frekvenc okoli frekvence ω_0 , širina tega pasu je vsaj dvakratnik največje frekvence vsebovane v modulatorskem signalu.

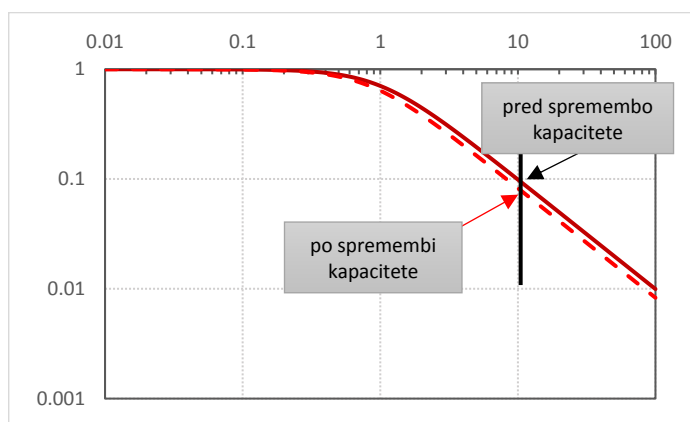
Zaradi vpliva fizikalne veličine amplitudno modulirani signal lahko naredimo na različne načine, nekateri so navedeni na sliki 7. (uporovni delilnik napetosti, Wheatstone mostič z uporniki in diferencialnim ojačevalnikom, RC člen).



Slika 7: Nekaj vezij-tipal, ki opravljajo amplitudno modulacijo: delilnik napetosti, Wheatstone mostič z diferencialnim ojačevalnikom in RC člen; v vseh vezjih je en od elementov občutljiv na fizikalno veličino

Za uporovni delilnik napetosti velja prej povedano: izhodna napetost je v fazi z vhodnim vzbujalnim signalom, njegova amplituda je manjša in odvisna od vpliva fizikalne veličine. Tak delilnik navadno ni posebej primeren, saj želimo občutljivo tipalo, kjer nas zanimajo spremembe amplitude zaradi majhne spremembe fizikalne veličine. Majhne spremembe amplitude okoli srednje vrednosti pa jo je težko meriti. Lažje gre, če od signala z delilnika napetosti najprej odštejemo srednjo vrednost tega signala in opazujemo le razliko (ki jo lahko še ojačimo), to pa dosežemo z Wheatstone-ovim mostičem in diferencialnim ojačevalnikom. Tu je leva polovica mostiča neodvisna od fizikalne veličine, razmerje upornosti R_3/R_4 v tej polovici pa je podobno razmerju upornosti R_1/R_2 v desni polovici mostiča takrat, ko ima vplivna fizikalna veličina srednjo vrednost. V desni polovici mostiča je en od upornikov (R_2) izpostavljen merjeni veličini, zato je izhodni signal po odštevanju sorazmeren spremembam merjene fizikalne veličine brez velike stalne komponente (frekvenčni spekter takega signala je enak spektru s slike 4 ali 6, se brez srednje komponente pri frekvenci ω_0); tak signal lažje ojačimo za natančnejše opazovanje.

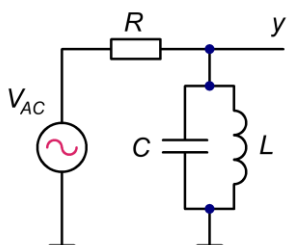
Kadar želimo v senzorju uporabiti kondenzator ali tuljavo, lahko to naredimo po sliki 7, desni del. Senzor (kondenzator) vežemo v RC člen, tega pa vzbujamo s harmonskim signalom. Na izhodu RC člena dobimo fazno premaknjen harmonski signal, katerega



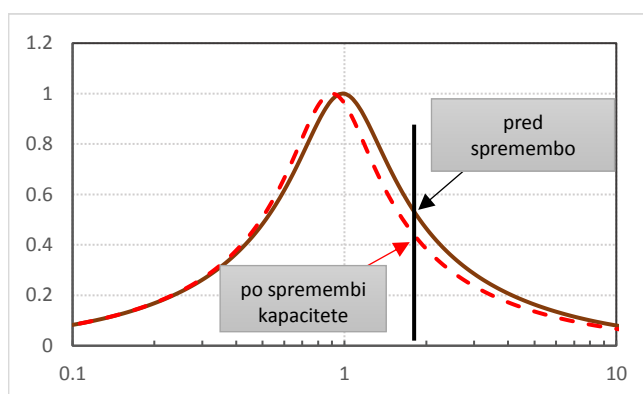
Slika 8: Premik amplitudne karakteristike RC člena zaradi spremembe vrednosti kondenzatorja za 20% ob stalni frekvenci vzbujalnega signala; povzroči spremembo amplitude izhodnega signala; sprememba znaša -1,0 dB

amplituda je lahko drugačna od amplitude vzbujalnega signala. Na sliki 8 je prikazana situacija kjer tak RC člen vzbujamo s frekvenco, ki je desetkratnik prelomne frekvence RC člena. S polno črto je narisana amplitudna karakteristika RC člena takrat, ko nanj ne deluje fizikalna veličina, s polno vertikalno črto pa je označena frekvenca vzbujalnega signala; pri tej frekvenci je amplituda signala na izhodu RC člena desetina velikosti vzbujalnega signala. Če se zaradi delovanja fizikalne veličine kapacitivnost kondenzatorja poveča, se prelomna frekvenca zmanjša. To je na isti sliki označeno s črtno krivuljo. Zaradi te spremembe se zmanjša amplituda izhodnega signala. Imamo senzor, pri katerem je amplituda izhodnega harmonskega signala odvisna od merjene fizikalne veličine. Pri takem senzorju je nujno, da izberemo primerno vzbujalno frekvenco; RC člen je treba vzbujati s frekvenco, ki je večja od prelomne frekvence, le za take frekvence se amplituda izhodnega signala zaradi spremembe prelomne frekvence spremeni. Tak RC člen lahko uporabimo tudi v Wheatstone-ovem mostiču; zamenjuje lahko eno od vej mostiča, drugo vejo pa sestavimo iz enakega RC člena, ki ni izpostavljen merjeni fizikalni veličini; na ta način ohranimo faza razmerja med signaloma iz obeh vej mostiča.

Občutljivost tipala z na fizikalno veličino občutljivim kondenzatorjem bi bila večja, če bi bila strmina amplitudne karakteristike za tako tipalo večja; enako velika sprememba kapacitivnosti bi sicer povzročila enako velik premik kolenske frekvence, a bi to pri večji strmini krivulje bolj spremenilo amplitudo izhodnega signala. Večjo strmino lahko dosežemo, če namesto RC člena vstavimo kondenzator v nihajni krog po sliki 9. Amplitudna karakteristika takega vezja je narisana s polno črto na sliki 10, širina resonančne krivulje pa je odvisna predvsem od upornosti tuljave. Če tako vezje vzbujamo s frekvenco, ki je malo nad resonančno (vertikalna polna črta), je amplituda izhodnega signala iz vezja približno $\frac{1}{2}$ amplitude vzbujalnega signala. Ko se pod vplivom merjene fizikalne veličine kapacitivnost kondenzatorja v nihajnem krogu poveča, se resonančna krivulja pomakne v levo (črtna črta). Ob konstantni frekvenci vzbujanja vezja to povzroči zmanjšanje amplitude izhodnega signala (na približno $\frac{1}{3}$ v tem zgledu). Dobili smo torej senzor, kjer je amplituda izhodne napetosti spet povezana z velikostjo merjene fizikalne veličine, le da je sprememba amplitude tokrat bistveno večja. Paziti je treba, da izberemo primerno frekvenco vzbujalnega signala, ki naj bo nekaj nad ali nekaj pod resonančno frekvenco nihajnega kroga. Le tako se bo pri povečanju (zmanjšanju) merjene fizikalne veličine povečala (zmanjšala) tudi amplituda izhodnega signala. Če izberemo vzbujalno frekvenco, ki je enaka resonančni frekvenci, se amplituda izhodnega signala zmanjša za kakršnokoli spremembo merjene veličine, kar se ne zdi najprimernejše, saj smeri spremembe merjene veličine potem ni mogoče določiti. Tudi na sliki 9 narisano vezje lahko uporabimo v eni od vej Wheatstone-ovega mosta.



Slika 9: Tipalo z nihajnim krogom



Slika 10: Amplitudna karakteristika vezja s slike 9 se premakne zaradi spremembe vrednosti kondenzatorja za 20%, to pa povzroči spremembo amplitude odziva; sprememba znaša -1,7 dB

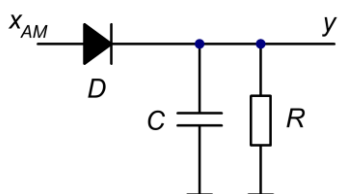
Amplitudna demodulacija z diodo

Če bi tipalo vsebovalo le upornike in bi ga vzbujali z baterijo, bi bilo merjenje velikosti signala s tipala enostavno – potrebovali bi le merilnik enosmerne napetosti, volt-meter. Ker pa smo se odločili za izmenično vzbujanje, je treba določiti amplitudo harmonske napetosti x_{AM} (slika 3 ali 5) na izhodu tipala:

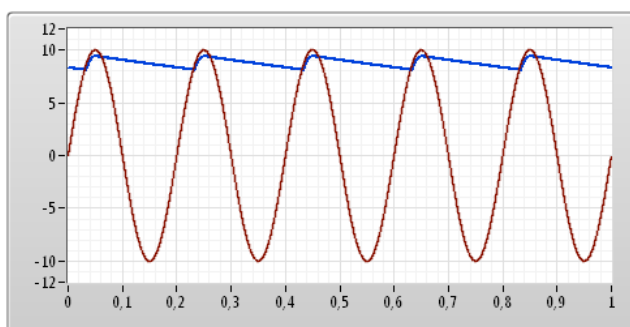
$$x_{AM} = x_{ovojnice} \cdot \cos \omega_0 t$$

Zanima nas torej velikost ovojnice $x_{ovojnice}$ tega signala. Izmenični signal x_{AM} bo treba spremeniti v enosmernega in ga zgladiti, šele potem bo mogoče z voltmetrom odbrati velikost ovojnice.

Enostavno vezje za usmerjanje in glajenje signala x_{AM} je na sliki 11. Potrebujemo le diodo, kondenzator in upornik, na sliki 12 je potek napetosti v vezju.



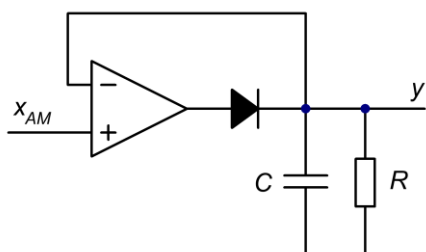
Slika 11: Vezje demodulatorja z diodo



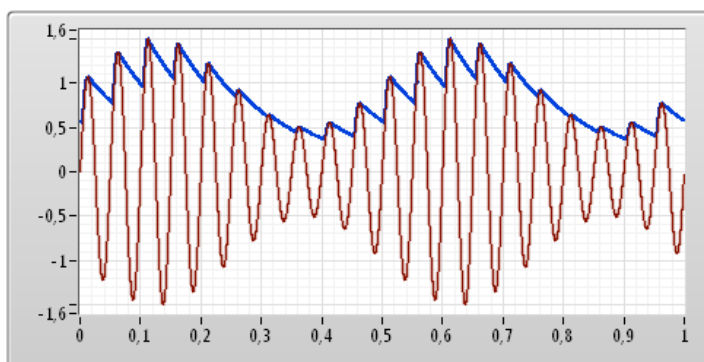
Slika 12: Potek signalov v demodulatorju z diodo
rjavo: x_{AM} , modro: y

Dioda D prevaja kadar je napetost U_D na njej ($U_D = x_{AM} - y$) vsaj približno $+0,6V$; takrat se kondenzator C polni. Med preostalim časom napetost na kondenzatorju eksponentno upada, saj se takrat kondenzator prazni skozi priključeni upornik R . Izhodna napetost y torej sledi vrhovom vhodne izmenične napetosti (manjša je za padec napetosti na diodi), a se med vrhovi eksponentno zmanjšuje.

Izhodna napetost takega demodulatorja je vedno manjša od ovojnice vhodnega signala za en padec napetosti na diodi, ki pa je žal še dodatno odvisen od temperature. Zato tak demodulator uporabljamo le takrat, ko je amplituda vhodnega signala dovolj velika, da lahko zanemarimo padec napetosti na diodi in spreminjanje velikosti tega padca zaradi temperature. Vezje lahko izboljšamo z operacijskim ojačevalnikom po sliki 13, z njim odpravimo padec napetosti na diodi. Na sliki 15 je prikazan potek signalov v takem demodulatorju.



Slika 13: Usmerjanje z operacijskim ojačevalnikom



Slika 14: Potek signalov v demodulatorju z operacijskim ojačevalnikom
rjavo: x_{AM} , modro: y

Časovna konstanta RC mora biti skrbno izbrana; prekratka časovna konstanta ne zgladi upadov izhodne napetosti med dvema polnjenjema, predolga časovna konstanta pa prepreči sledenje izhodne napetosti ovojnici vhodnega amplitudno moduliranega signala takrat, ko se ta zmanjšuje, slika 14.

AM demodulacija – sinhroni demodulator (ali »lock-in« detekcija)

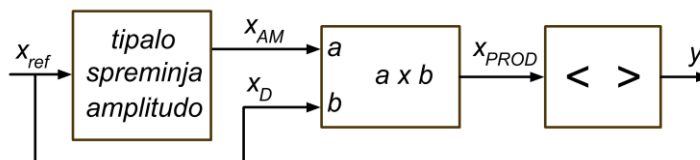
Zelo dobro vezje za detekcijo amplitude signala x_{AM} lahko sestavimo na podlagi nekaj malega matematike. Tipalo poganjamo referenčnim harmonskim signalom

$$x_{ref} = x_{ref0} \cos \omega_0 t$$

Izhodni signal tipala

$$x_{AM} = x_{ovojnice} \cos \omega_0 t$$

niha z isto frekvenco, zanima nas njegova amplituda $x_{ovojnice}$. Zmnožimo ta dva signala in opazujemo povprečno vrednost y produkta, slika 15. Še matematika:



Slika 15: Bločna shema sinhronnega demodulatorja

$$\begin{aligned} x_{PROD} &= x_{ref} \cdot x_{AM} = x_{ref0} \cos \omega_0 t \cdot x_{ovojnice} \cos \omega_0 t = \\ &= \frac{x_{ref0} \cdot x_{ovojnice}}{2} \cdot [\cos 2\omega_0 t + \cos 0] = \frac{x_{ref0} \cdot x_{ovojnice}}{2} \cdot [\cos 2\omega_0 t + 1] \end{aligned}$$

Produkt je torej sestavljen iz dveh komponent. Ena je časovno stalna in je sorazmerna velikosti ovojnice, ena pa je harmonske oblike z dvakratno frekvenco vhodnih signalov, prav tako po velikosti sorazmerna ovojnici. S povprečenjem preko odstranimo harmonsko komponento, za povprečenje zadošča RC člen z dovolj dolgo časovno konstanto. Ostane samo še stalni del, ki je sorazmeren iskani ovojnici (amplitudi) signala s tipala in ga lahko merimo z običajnim volt-metrom.

Preverimo še rezultat take demodulacije v primeru, da je signal na izhodu iz tipala x_{AM} sestavljen iz koristnega dela, navedenega že zgoraj in primešanega motilnega signala z amplitudo $x_{motilna}$ in s frekvenco $\omega_{motilna}$, ki ni enaka frekvenci ω_0 vzbujanja sensorja. Tak signal zapišemo:

$$x_{AM} = x_{ovojnice} \cos \omega_0 t + x_{motilna} \cos \omega_{motilna} t$$

Po moženju dobimo:

$$\begin{aligned} x_{PROD} &= x_D \cdot x_{AM} = x_{D0} \cos \omega_0 t \cdot (x_{ovojnice} \cos \omega_0 t + x_{motilna} \cos \omega_{motilna} t) = \\ &= \frac{x_{D0} \cdot x_{ovojnice}}{2} \cdot [\cos 2\omega_0 t + 1] + \frac{x_{D0} \cdot x_{motilna}}{2} [\cos(\omega_0 - \omega_{motilna})t + \cos(\omega_0 + \omega_{motilna})t] \end{aligned}$$

Odebeljeni del je posledica motilnega signala, ki ga želimo izločiti zato, da ne bi motil merjenje; ta del ima harmonsko obliko in njegova frekvenca ni enaka nič. Povprečevalnik, ki sledi množilniku, je lahko dimenzioniran tako, da prepušča le enosmerne signale, zato popolnoma izloči odebeljeni del zgornje formule in s tem izniči vpliv motilnega signala. Ravno to pa je lastnost, ki si jo zelo želimo: s sinhrono detekcijo pomerimo amplitudo signala pri ravno tisti frekvenci ω_0 , ki je za nas interesantna in jo ima tudi signal za vzbujanje sensorja. Vse moteče komponente pri drugih frekvencah s povprečevalnikom izločimo.

Povprečevalnik lahko zamenjamo z nizko-prepustnim filtrom z nam ljubo, izbrano prelomno frekvenco ω_p . V tem primeru bo signal na izhodu iz sinhronnega demodulatorja vseboval vse frekvenčne komponente od frekvence nič (enosmerne signala) do prelomne frekvence. Te komponente so

posledica originalnega amplitudno moduliranega signala iz frekvenčnega območja od $\omega_0 - \omega_p$ do $\omega_0 + \omega_p$. Tak demodulator je zelo primeren za demodulacijo amplitudno moduliranih signalov pri radiodifuziji. Če izberemo $\omega_p = 4500 \text{ Hz}$ in $\omega_0 = 1 \text{ MHz}$, lahko na izhodu demodulatorja spremljamo radijsko postajo, ki oddaja na frekvenci 1 MHz; potrebujemo le še primerno anteno in zvočnik...

Fazna modulacija - PM

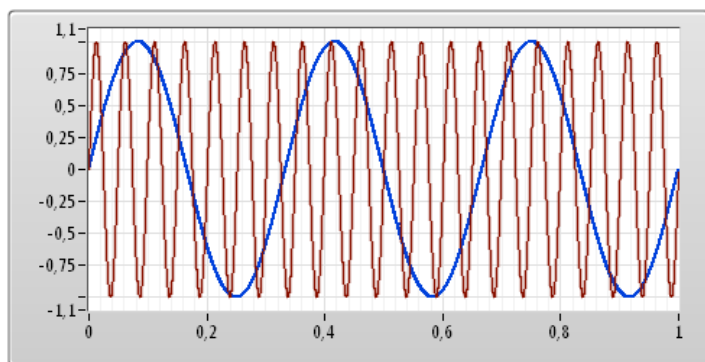
Podobno kot pri amplitudni modulaciji se tudi pri fazni modulaciji faza moduliranega signala le malo spreminja pod vplivom merjene fizikalne veličine. Vzemimo spet, da je opletanje harmonske narave in ga popišemo s funkcijo

$$\varphi_0 = \varphi_{M0} + \varphi_M \cos(\omega_M t) , \quad \varphi_M < \varphi_{M0}$$

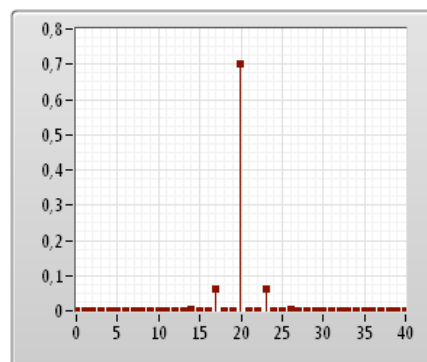
Pri zgornjem izrazu je φ_M amplituda opletanja faznega kota okoli srednje vrednosti kota φ_{M0} . Zaradi enostavnejše interpretacije privzemimo, da je $\varphi_{M0} = 0$ in spreminjanje faznega kota upoštevamo v osnovni formuli za modulirani signal:

$$x = x_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_M \cos(\omega_M t))$$

Zgornje formule ne bomo naprej analitično reševali, bomo pa podali časovni potek fazno moduliranega signala in njegov spekter. Za majhne spremembe kota (φ_M je 10 stopinj) dobimo časovni potek na sliki 16 in frekvenčni spekter na sliki 17, za večje spremembe kota (φ_M je 80 stopinj) pa sliki 18 in 19.

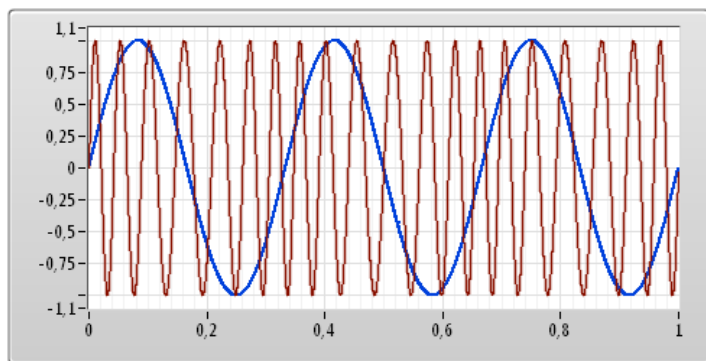


Slika 16: Časovni potek fazno moduliranega signala za majhne spremembe kota (± 10 stopinj), graf je normiran po velikosti; modro: modulatorni signal, rjavo: modulirani signal

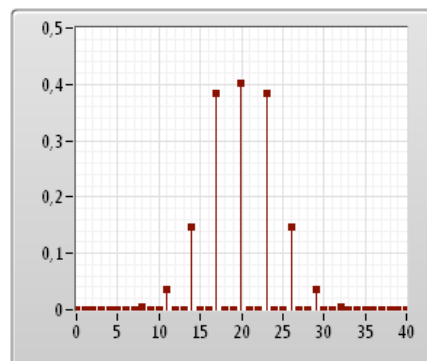


Slika 17: Frekvenčni spekter fazno moduliranega signala z leve

Šibko fazno modulirani signal na sliki 16 je na videz enak nedomuliranemu, a njegov spekter razkriva bočne komponente, ki so med sabo razmaknjene za frekvenco modulatorskega signala; za šibko modulirani signal je ta spekter zelo podoben spektru amplitudno moduliranega signala. Pri močnejši moduliranem signalu na sliki 18 je vpliv modulacije bolj opazen. Za časa naraščanja modulatorskega signala je frekvenca moduliranega signala večja, za časa padanja pa je frekvenca manjša. V spektru se pojavi niz bočnih komponent, ki so razmaknjene za frekvenco modulatorskega signala; močnejša, ko je



Slika 18: Časovni potek fazno moduliranega signala za večje spremembe kota (± 80 stopinj), graf je normiran po velikosti; modro: modulatorni signal, rjavo: modulirani signal



Slika 19: Frekvenčni spekter fazno moduliranega signala z leve

modulacija, več je teh komponent. Njihovo velikost je mogoče določiti s pomočjo Besselovih funkcij, kar pa presega ta zapis. Lahko pa iz grafa na sliki 18 potegnemo zaključek: za ojačevanje fazno moduliranega signala potrebujemo ojačevalnik s širokim frekvenčnim pasom, ki je morda celo za velikostni razred večji od tistega za amplitudno modulirani signal pri enaki frekvenci modulacijskega signala.

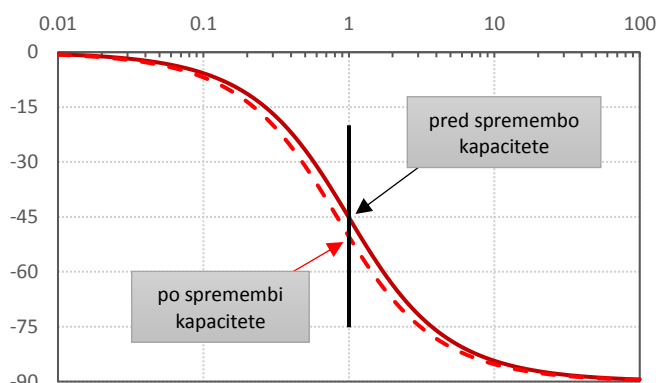
Zaradi fizikalne veličine fazno modulirani signal lahko naredimo na različne načine, a je v tipalu vedno tudi kondenzator ali tuljava; s samimi uporniki ne moremo sukati faze. Za najenostavnejši zgled služi RC člen, ki pa ga tokrat vzbujamo s signalom v bližini prelomne frekvence; spet velja, da fizikalna veličina, na primer, poveča vrednost kondenzatorja v RC členu, zaradi tega se prelomna frekvenca RC člena zmanjša. Na sliki 19 je fazna karakteristika RC člena. S polno črto je narisana tista brez vpliva fizikalne količine, s črtkano pa je premaknjena karakteristika zaradi vpliva fizikalne količine. Vzbujalna frekvenca je označena s tanko vertikalno črto in naj bo enaka prelomni frekvenci; fazni kot takrat znaša 45 stopinj. Vidimo, da se zaradi premika fazne karakteristike v levo poveča fazni kot med izhodnim in vhodnim harmonskim signalom od 45 stopinj na več kot 45 stopinj. Povečanje je zaradi skoraj linearne narave fazne karakteristike v bližini prelomne frekvence dokaj linearno.

Občutljivost za fizikalno količino lahko povečamo, če uporabimo vezje s strmejšo fazno karakteristiko, seveda pa ga moramo vzbujati s pravo frekvenco na najstrmejšem delu karakteristike. Fazna karakteristika nihajnega kroga (slika 20), vezanega enako kot pri amplitudni demodulaciji, slika 9, tudi tokrat poveča občutljivost. Paziti je treba le na eno razliko: tokrat nihajni krog vzbujamo z resonančno frekvenco, takrat smo na najstrmejšem delu fazne karakteristike. Poleg tega velja, da bo fazna karakteristika bolj strma, če uporabimo tuljavo s čim manjšo upornostjo; navijmo jo torej z debelo žico.

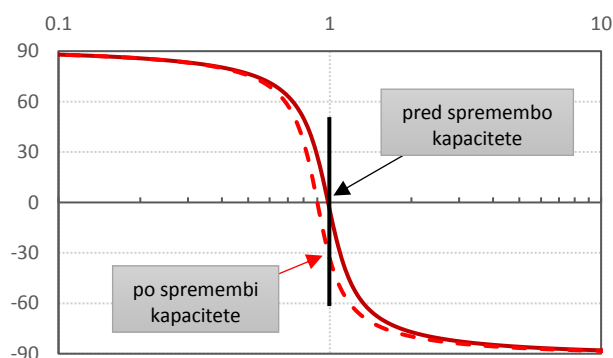
Fazna demodulacija

Fazno demodulirati signal pomeni prevesti fazno razliko med opazovanima harmonskima signaloma enake frekvence v stalno napetost, ki jo pomerimo, na primer, z volt-metrom; potem naj odčitek na V-metru predstavlja fazni kot med opazovanima signaloma.

Za zgled demodulatorja naj služi bločna shema na sliki 21 in časovni potek signalov na sliki 22. Opraviti imamo z referenčnim signalom



Slika 19: Premik fazne karakteristike RC člena zaradi spremembe vrednosti kondenzatorja za 20% povzroči spremembo faze izhodnega signala; sprememba faze znaša -5,2 stopinje

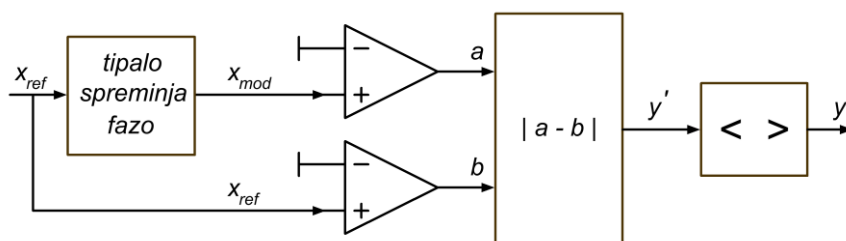


Slika 20: Fazna karakteristika vezja s slike 8 se premakne zaradi spremembe kondenzatorja za 20 %, kar povzroči spremembo faze odziva; sprememba faze znaša -28,5 stopinj

$$x_{ref} = x_{ref0} \cos \omega t$$

In njemu sorodnim, a fazno premaknjenim moduliranim signalom

$$x_{mod} = x_{mod0} \cos(\omega t + \varphi)$$



Slika 21: Bločna shema faznega demodulatorja

Oba signala najprej izenačimo po velikosti s pomočjo dveh ničelnih komparatorjev, dobimo dva pravokotna signala a in b , ki skačeta med vrednostima 0 in 1, pri tem 0 predstavljamo z 0 V, in 1, morda, s +5V. Taka dva normirana signala vodimo na vezje, ki zna izračunati absolutno vrednost razlike, torej

$$y' = |a - b|$$

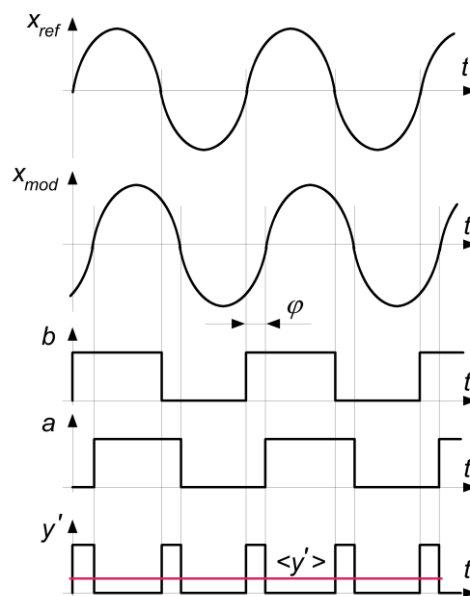
(tako vezje bomo pri Elektroniki II imenovali XOR vrata). Signal y' spet skače med 0 in 1, a ima vrednost 1 le takrat, ko sta signala a in b med sabo različna; večji, ko je fazni kot med vhodnima signaloma, dlje časa ima signal y' vrednost 1. Zato signal y' povprečimo, uporabimo lahko RC člen z dovolj dolgo časovno konstanto, ki mora dolga vsaj 10 period opazovanih signalov. Povprečeni izhodni signal y je premo-sorazmeren faznemu kotu med vhodnima signaloma x_{ref} in x_{mod} .

Izhodno napetost demodulatorja lahko tudi izračunamo:

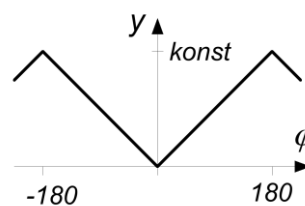
$$y = \frac{\varphi[\text{stopinj}]}{180} \cdot konst$$

Pri tem je konstanta $konst$ odvisna od vrednosti, ki predstavlja signal 1. Poudariti velja, da zgornja formula velja le v intervalu $[-180, 180]$, izven tega intervala se slika ponavlja, slika 23.

Povedano kaže na možno težavo: fazna kota φ in $-\varphi$ povzročita enak odčitek y . Če se fazni kot spreminja od vrednosti 0 le malo navzgor ali navzdol, iz rezultata ne bo mogoče ugotoviti predznaka kota φ . Če tak fazni demodulator uporabimo za detekcijo sprememb faznega kota pri prej omenjenih RC vezjih (slika 18) težav ne bo, saj se tam pričakovani fazni kot giblje okoli 45 stopinj. Če pa uporabimo vezje z nihajnim krogom, je pričakovani fazni kot med obema signaloma brez delovanja fizikalne veličine nič stopinj in nemogoče bi bilo ugotoviti smer premika resonančne krivulje. Takrat lahko referenčni signal pred vstopom v fazni demodulator dodatno zasukamo za 45 stopinj z RC členom ter tako zagotovimo odčitek okoli 45 stopinj, ki se zaradi vpliva fizikalne veličine spreminja navzgor ali navzdol.



Slika 22: Časovni potek signalov v faznem demodulatorju



Slika 23: Odvisnost izhodne napetosti y faznega demodulatorja od faznega kota med signaloma

Frekvenčna modulacija - FM

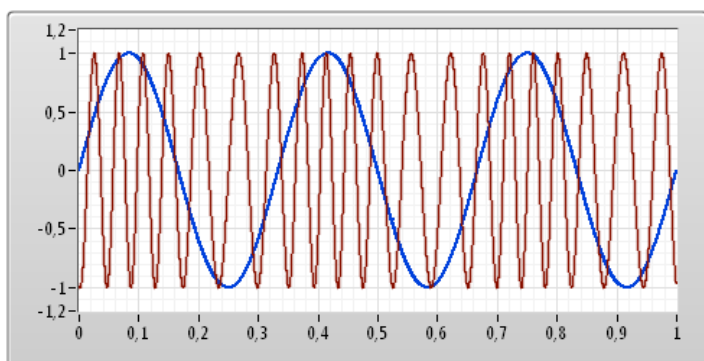
Podobno kot pri amplitudni modulaciji se tudi pri frekvenčni modulaciji frekvenca moduliranega signala le malo spreminja pod vplivom merjene fizikalne veličine. Vzemimo spet, da je opletanje harmonske narave in ga popišemo s funkcijo

$$f_0 = f_{M0} + \Delta_M \cos(2\pi f_M t) , \quad \Delta_M < f_{M0}$$

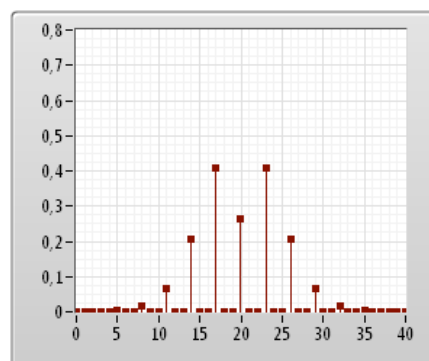
Pri zgornjem izrazu je Δ_M velikost opletanja frekvence okoli srednje vrednosti frekvence f_{M0} , f_M pa frekvenca modulatorskega signala (opletanja). Spreminjanje frekvence upoštevamo v osnovni formuli za modulirani signal:

$$\begin{aligned} x &= x_0 \cos\left(2\pi \int_0^t f_0(\tau) d\tau\right) = x_0 \cos\left(2\pi f_{M0}t + 2\pi \Delta_M \int_0^t \cos(2\pi f_M \tau) d\tau\right) = \\ &= x_0 \cos\left(2\pi f_{M0}t + \frac{\Delta_M}{f_M} \sin(2\pi f_M t)\right) = \end{aligned}$$

Izraz je soroden tistemu za fazno modulacijo, le argument zunanje funkcije kosinus se je spremenil: namesto kosinusne funkcije v argumentu smo tokrat dobili sinusno, spremenila pa se je tudi velikost opletanja. Zato je tudi slika frekvenčno moduliranega signala sorodna sliki fazno moduliranega, podana je na sliki 24. Frekvenca moduliranega signala je največja takrat, ko je modulatorski signal največji. Na sliki 25 je frekvenčni spekter takega signala.



Slika 24: Časovni potek frekvenčno moduliranega signala, graf je normiran po velikosti, modro: modulatorski signal, rjavo: modulirani signal

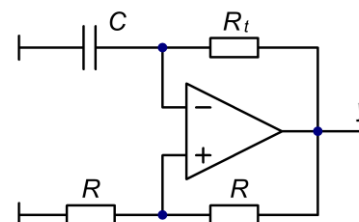


Slika 25: Frekvenčni spekter frekvenčno moduliranega signala z leve

Fizikalna veličina lahko vpliva na frekvenco le, če je za fizikalno veličino občutljivi element del oscilatorja, saj siceršnja linearna vezja ne zmorejo spremeniti frekvence signala. Oscilator je lahko enostaven, na sliki 26 je elektronska shema relaksacijskega oscilatorja. Pri tem je frekvenca f pravokotnega izhodnega signala y enaka:

$$f = \frac{1}{2R_t C \cdot \ln 3}$$

Če v vezju na mestu upornika – tipala R_t uporabimo na fizikalno veličino občutljiv upornik, se skladno s spreminjanjem fizikalne



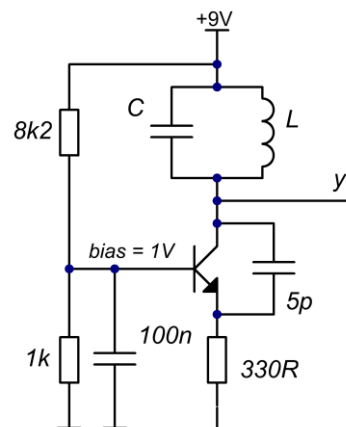
Slika 26: Shema relaksacijskega oscilatorja

veličine spreminja tudi frekvenca izhodnega signala oscilatorja. Enako lahko sklepamo, če uporabimo na fizikalno veličino občutljiv kondenzator C .

V vezju oscilatorja lahko uporabimo tudi nihajni krog, tako je, na primer, vezje na sliki 27. Frekvenca nihanja je enaka resonančni frekvenci f_r :

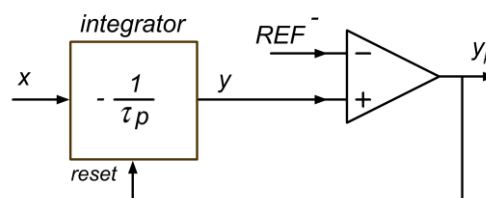
$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Tokrat je na fizikalno veličino lahko občutljiva tuljava; če v notranjost tuljave vstavljamo feromagnetni material, se induktivnost tuljave poveča, zaradi tega se zmanjša resonančna frekvenca in posledično frekvenca nihanja; relacija je daleč od linearne.



Slika 27: Shema enostavnega LC oscilatorja

Po bločni shemi na sliki 28 lahko sestavimo vezje, katerega frekvenca izhodnega signala je proporcionalna velikosti vhodne napetosti. V vezju uporabimo integrator s časovno konstanto RC , ki ga je mogoče resetirati ter komparator, potrebujemo pa še vir konstantne negativne referenčne napetosti REF^- . Na sliki 29 je časovni potek signalov v vezju. Zaradi pozitivne vhodne napetosti x izhodna napetost integratorja y enakomerno pada. Ko prečka vrednost REF^- se sproži komparator in njegov izhodni signal y_k poskoči v pozitivno smer, kar povzroči resetiranje integratorja; integratorjeva izhodna napetost y se takoj vrne na vrednost nič, zato se y_k vrne v predhodno stanje, ko ne resetira integratorja. Od tega trenutka naprej izhodna napetost integratorja spet narašča in potek signalov se ponavlja. Izračunajno čas, ki je potreben, da izhodna napetost integratorja, ki začne pri vrednosti nič, prečka vrednost REF^- . Za integrator velja enačba:

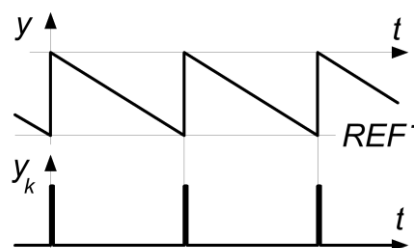


Slika 28: Bločna shema oscilatorja, za katerega je frekvenca nihanja proporcionalna vhodnemu signalu x

$$y = -\frac{1}{RC} \int_0^T x dt = -\frac{xT}{\tau} \quad \text{za } x = konst$$

Zanima nas čas, v katerem izhodna napetost integratorja pade na vrednost REF^- , ta znaša:

$$T = \frac{\tau \cdot REF^-}{x} \Rightarrow f = \frac{1}{T} = \frac{x}{\tau \cdot REF^-}$$



Slika 29: Potek signalov v vezju s slike 28 za pozitivne vhodne signale x

Vezje s slike daje signal žagaste oblike (y) ali pa impulze (y_k), katerih frekvenco smo pravkar izračunali. Zaradi nekaterih pomanjkljivosti, kot je na primer počasno resetiranje integratorja, se v praksi uporablja modificirana verzija vezja, ki jo bomo spoznali pri obravnavi analogno-digitalnih pretvornikov.

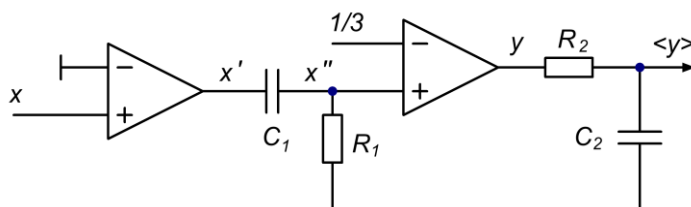
Frekvenčna demodulacija

Frekvenčna demodulacija spet pomeni pretvorbo signala z dano frekvenco v analogni signal, katerega velikost predstavlja frekvenco; vezje frekvenčnega demodulatorja sprejema signal neznane frekvence

in na izhodu daje bolj ali manj konstanten signal, katerega velikost je sorazmerna frekvenci vhodnega signala.

Za demodulacijo lahko izkoristimo RC člen, saj je amplituda izhodnega signala RC člena odvisna od frekvence vhodnega signala, glej sliko 8. Na ta način merjenje frekvence prevedemo v merjenje amplitude in uporabimo lahko ideje iz poglavja o amplitudni demodulaciji. Tudi z nihajnim krogom lahko naredimo enako, pa še amplituda opazovanega signala bo bolj občutljiva na spreminjanje frekvence. Lahko pa tudi sestavimo analogno vezje po sliki 30; časovni potek signalov v vezju je na sliki 31.

Če je vhodni signal x neznanne frekvence harmonske oblike, ga najprej s komparatorjem normiramo po velikosti tako, da skače med 0 (morda 0 V) in 1 (morda +5 V). Tako oblikovan pravokotni signal x' vodimo na RC vezje s kratko časovno konstanto, ki reagira na oba robova pravokotnega signala; vsak poskok pravokotnega signala rezultira v pozitivnem sunku x'' z eksponentno upadajočim repom, časovna konstanta upadanja je podana s produktom $R_1 C_1 = \tau_1$. Komparator primerja te sunke z referenčno napetostjo, ki je $1/3$ vrednosti 1 (morda +5/3 V), zato so njegovi izhodni sunki y dolgi RC sekund, pojavijo pa se ob vsakem prehodu vhodnega signala x iz negativne v pozitivno vrednost, torej enkrat v periodi vhodnega signala x . Izračunajmo povprečno vrednost $\langle y \rangle$ teh sunkov



Slika 30: Shema vezja za demodulacijo FM signala: izhodna napetost je sorazmerna frekvenci vhodnega signala

$$\langle y \rangle = \frac{RC}{T} \cdot konst = f \cdot RC \cdot konst$$

Povprečna vrednost je tudi izhodni signal vezja. Konstanta $konst$ je odvisna od nivoja vrednosti 1 (morda +5 V). Povprečimo lahko z običajnim RC členom, ki pa mora imeti dovolj dolgo časovno konstanto $R_2 C_2 = \tau_2$, ta mora znašati vsaj 10 krat toliko, kot znaša perioda merjenega signala z najmanjšo frekvenco. Časovno konstanto prvega RC člena je smiselno izbrati tako, da bo eksponentno izzvenevanje bistveno krajše od polovice najkrajše periode opazovanega vhodnega signala x .

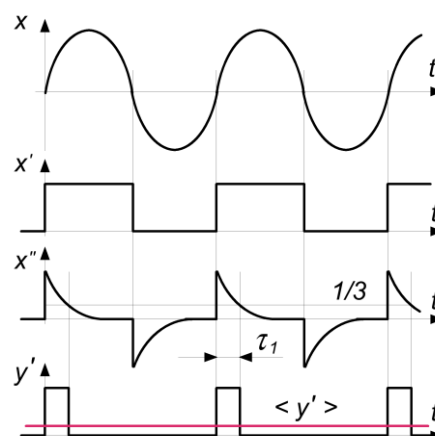
Praktičen zgled: meriti želimo frekvenco vhodnega signala v območju od 1 kHz do 10 kHz. Zato izberemo prvo časovno konstanto τ_1 :

$$\tau_1 = R_1 C_1 = \frac{1}{10} \cdot \frac{10^{-4}}{2}$$

Drugo časovno konstanto τ_2 pa:

$$\tau_2 = R_2 C_2 = 10 \cdot 10^{-3}$$

Tudi to vezje ima pomanjkljivosti; omenimo lahko majhen izhodni signal. Pri poglavju o analogno-digitalnih pretvornikih bomo spoznali boljše variante tega vezja.



Slika 31: Potek signalov v vezju s slike 30