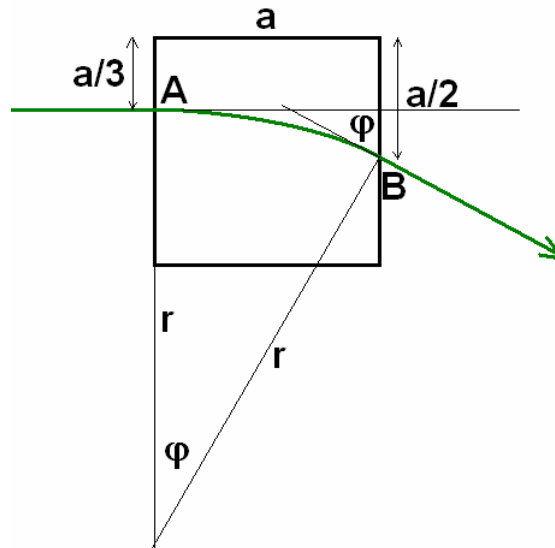
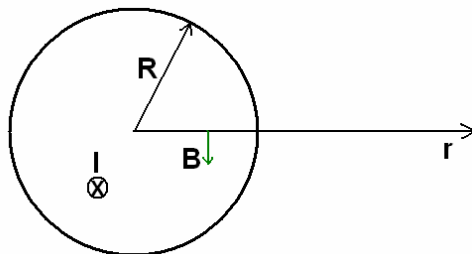


1. Curek elektronov, ki jih pospešimo z napetostjo $U = 3 \text{ kV}$, prileti v homogeno magnetno polje med poloma magneta. Pola imata obliko kvadrata s stranico $a = 2 \text{ cm}$. Curek prileti v magnetno polje v točki A in odleti iz njega v točki B. Kolikšna je gostota magnetnega polja? Kolikšen je kot med smerjo gibanja curka po izstopu iz magneta in prvotno smerjo gibanja curka? Koliko časa leti elektron skozi magnet?



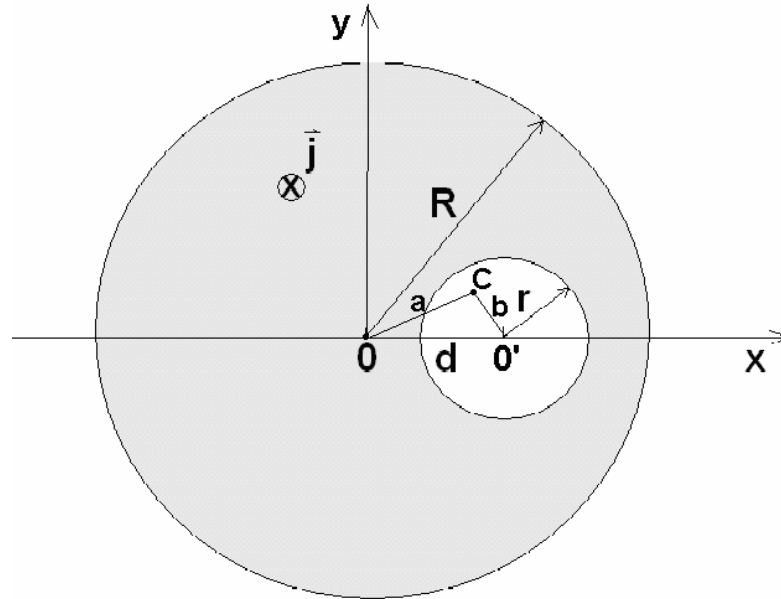
Curek elektronov se med poloma magneta giblje po krožnici s polmerom r , ki je enak $r = mv/e_0B$. Iz podatkov najprej izračunamo r in φ . Velja: $a/2 - a/3 = a/6 = r(1 - \cos\varphi) = 2r\sin^2(\varphi/2)$ in $a = r\sin\varphi = 2r\sin(\varphi/2)\cos(\varphi/2)$. Enačbi delimo in dobimo $\text{tg}(\varphi/2) = 1/6$, oziroma $\varphi = 18,9^\circ$. Za tolikšen kot se tudi odkloni curek elektronov pri prehodu skozi magnet. Polmer kroženja je enak $r = a/\sin\varphi = 6,2 \text{ cm}$. Zdaj izračunajmo hitrost elektronov. Iz zakona o ohranitvi energije sledi $e_0U = mv^2/2$, oziroma $v = 3,3 \cdot 10^7 \text{ m/s}$. Podatkov je dovolj, da izračunamo gostoto magnetnega polja med poloma magneta. Enaka je $B = 3,0 \text{ mT}$. Čas leta elektrona med poloma magneta izračunamo s pomočjo obhodnega časa, $t_0 = 2\pi m/e_0B = 12 \text{ ns}$ in kota φ : $t = t_0(\varphi/2\pi) = 0,6 \text{ ns}$.

2. Po dolgem ravnem vodniku krožnega preseka s polmerom R teče električni tok I . Gostota toka j je po preseku vodnika konstantna. Izračunajte B v vodniku in zunaj njega!



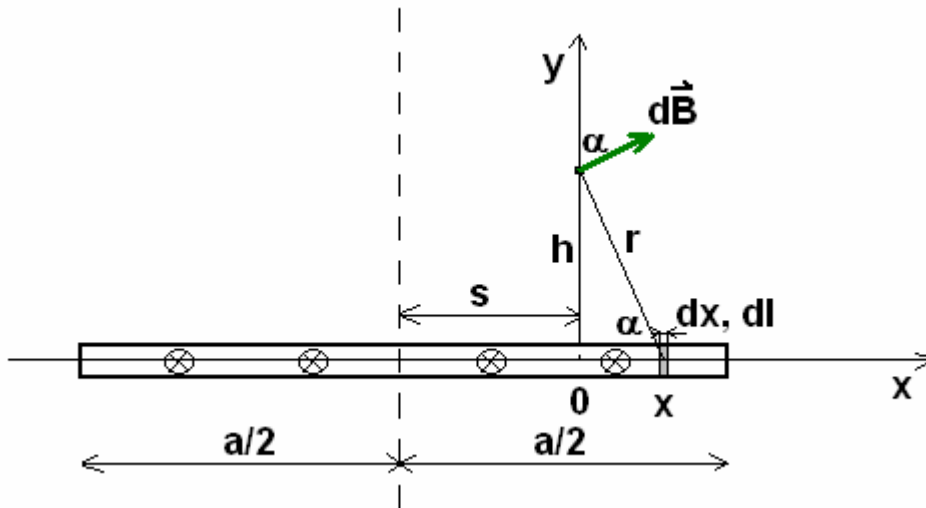
Uporabimo Amperov zakon in integriramo po krožnici s polmerom r . Pri tem dobimo za $r < R$ $B = \mu_0 I r / 2\pi R^2$ in za $r > R$ $B = \mu_0 I / 2\pi r$.

3. Ravna bakrena palica ima polmer $R = 2$ cm. V palico je ekscentrično izvrtana vzdolžna luknja s polmerom $r = 5$ mm. Središče luknje je od središča palice odmaknjeno za $d = 1$ cm (glej sliko!). Vzdolž palice teče električni tok z gostoto $j = 10$ A/mm². Izračunajte gostoto magnetnega polja v luknji na osi x v odvisnosti od x (splošen izraz)! Koliko mT je gostota magnetnega polja v sredini luknje?



Gostota magnetnega polja na poljubnem mestu je enaka vsoti gostote magnetnega polja, ki jo prispeva polna žica s polmerom R , po kateri teče električni tok z gostoto j in gostote magnetnega polja, ki jo prispeva žica s polmerom r na mestu luknje, po kateri teče električni tok z gostoto j v nasprotni smeri. Gostota magnetnega polja, ki jo v poljubni točki C prispeva polna žica, je enaka $B_1 = \mu_0 j a / 2$. Njena projekcija na os x je enaka $B_{1x} = B_1 h / a = \mu_0 j h / 2$, pri čemer je h pravokotna razdalja od točke C do osi x . Projekcija B_{1y} je enaka $B_{1y} = -B_1 a' / a = -\mu_0 j a' / 2$. Tu je a' projekcija daljice OC na os x . Gostota magnetnega polja B_2 , ki jo prispeva nasproten električen tok na mestu luknje, je po velikosti enaka $B_2 = \mu_0 j b / 2$. Njena projekcija na os x je enaka $B_{2x} = -B_2 h / b = -\mu_0 j h / 2$, projekcija na os y pa je $B_{2y} = -B_2 b' / b = -\mu_0 j b' / 2$. Tu je b' velikost projekcije daljice $O'C$ na os x . Ko obe gostoti magnetnega polja seštejemo, dobimo: $B_x = B_{1x} + B_{2x} = 0$ in $B_y = B_{1y} + B_{2y} = -(\mu_0 j / 2)(a' + b') = -\mu_0 j d / 2$. V luknji dobimo homogeno magnetno polje v smeri $-y$ z gostoto, ki je v našem primeru enaka $B = 63$ mT.

4. Po dolgem ploščatem vodniku širine a in zanemarljive debeline teče električni tok I . Kolikšna je gostota magnetnega polja v točki, ki je od vodnika v pravokotni smeri oddaljena za h , v prečni smeri pa je od središča vodnika oddaljena za s ?



Uporabimo rezultat za dolgo ravno žico: $B = \mu_0 I / 2\pi r$. V prečni smeri vpeljimo koordinato x z izhodiščem v točki, ki je navpično pod točko, v kateri iščemo gostoto magnetnega polja. V smeri pravokotno na vodnik kaže koordinata y . Električni tok teče v smeri $-z$. Vzemimo del vodnika, ki ima prečni koordinati med x in $x+dx$. Po tem delu vodnika teče električni tok $dI = (I/a)dx$ in povzroča v izbrani točki gostoto magnetnega polja $dB = (\mu_0 / 2\pi r)dI$. Smer vektorja $d\vec{B}$ je prikazana na sliki. Ker so prispevki različnih delov vodnika različno usmerjeni, bomo posebej sešteli (integrirali) njihove projekcije na os x in projekcije na os y . Za izbrani del vodnika je $dB_x = dB \sin \alpha = (h/r)dB$ in $dB_y = dB \cos \alpha = (x/r)dB$.

Upoštevajmo še, da je $r^2 = x^2 + h^2$ pa dobimo $B_x = \frac{\mu_0 I h}{2\pi a} \int_{-a/2-s}^{a/2-s} \frac{dx}{x^2 + h^2} =$

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi a} \left(\operatorname{arctg} \left(\frac{a+2s}{2h} \right) + \operatorname{arctg} \left(\frac{a-2s}{2h} \right) \right). \text{ Podobno velja}$$

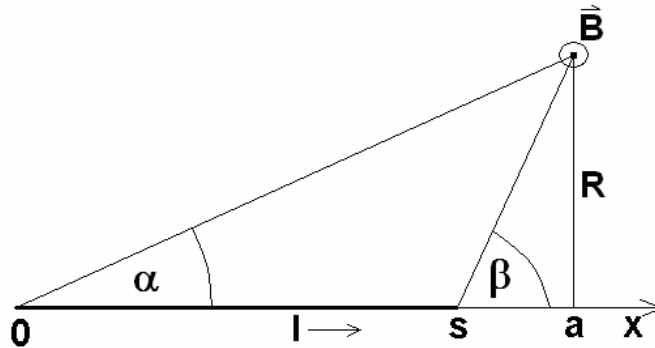
$$B_y = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \int_{-a/2-s}^{a/2-s} \frac{x dx}{x^2 + h^2} = -\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \ln \left(\frac{(a+2s)^2 + 4h^2}{(a-2s)^2 + 4h^2} \right).$$

Posebej obravnavajmo primer, ko je izbrana točka nad sredino vodnika ($s = 0$).

Tedaj je $B_x = \frac{\mu_0 I}{\pi a} \operatorname{arctg}(a/2h)$ in $B_y = 0$. Oglejmo si dva mejna primera. Ko je

$h \gg a$ je $\operatorname{arctg}(a/2h) \approx a/2h$ in dobimo magnetno polje dolgega ravnega vodnika: $B_x = \mu_0 I / 2\pi h$. Ko je širina vodnika a velika v primerjavi z oddaljenostjo od vodnika h je $\operatorname{arctg}(a/2h) \approx \pi/2$. V tem primeru dobimo $B_x = \mu_0 I / 2a$ neodvisno od razdalje h . V neposredni bližini vodnika je homogeno magnetno polje. Smer magnetnega polja se na drugi strani vodnika obrne.

5. Izračunajmo gostoto magnetnega polja, ki jo v točki na sliki povzroča raven odsek vodnika, po katerem teče električni tok I!



Uporabimo Biot-Savartov zakon. Prispevki vseh delov vodnika imajo isto smer, ki je prikazana na sliki. Vzdolž vodnika usmerimo os x. Gostota magnetnega polja

$$\text{je enaka } B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^s \frac{dx}{(a-x)^2 + R^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} (\cos \alpha - \cos \beta).$$

Za neskončen vodnik velja $\alpha = 0$, $\beta = \pi$ in $B = \mu_0 I / 2\pi R$

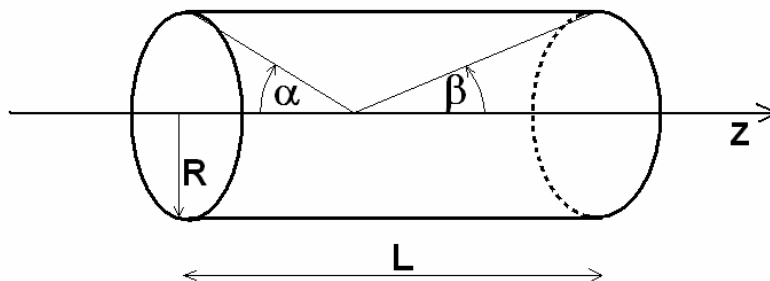
6. Izračunajmo gostoto magnetnega polja na osi kvadratnega ovoja s stranico a v višini z nad ovojem! Po ovoju teče električni tok I.

Uporabimo rezultat prejšnje naloge. Za vsakega od štirih odsekov je

$$R = \sqrt{(a/2)^2 + z^2} \text{ in } \cos \alpha = -\cos \beta = a / \sqrt{2a^2 + 4z^2}. \text{ Rezultat je}$$

$$B = \frac{4\mu_0 I a^2}{\pi(a^2 + 4z^2)\sqrt{2a^2 + 4z^2}}.$$

7. Izračunajmo gostoto magnetnega polja na osi kratke tuljave dolžine L in polmera R. Tuljava ima N ovojev, po katerih teče električni tok I. Posebej izračunajmo gostoto magnetnega polja na sredi tuljave.



Tuljavo nadomestimo z valjem enakih dimenzij, po površini katerega teče zvezno porazdeljen tok z gostoto $dI/dz = NI/L$. Uporabimo znan podatek, da je gostota

magnetnega polja na osi zanke, po kateri teče tok I , enaka $B = \frac{\mu_0 IR^2}{2(R^2 + z^2)^{3/2}}$.

Tuljavo sestavimo iz obročev širine dz , po katerih teče električni tok $dI = (NI/L)dz$.

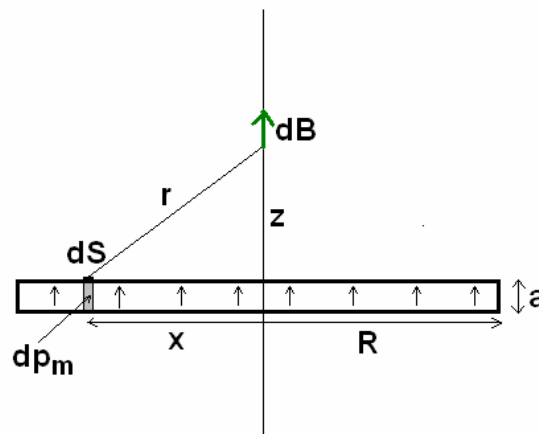
Pri tem dobimo $B = \frac{\mu_0 NI}{2L}(\cos \alpha + \cos \beta)$. V dolgi tuljavi velja $\alpha = \beta = 0$ in $B =$

$\mu_0 NI/L$. Sredi tuljave je $\cos \alpha = \cos \beta = \frac{L}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}$ in $B = \frac{\mu_0 NI}{\sqrt{L^2 + 4R^2}}$.

8. Gostota magnetnega polja v okolici magnetnega dipola je podana z

izrazom $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi r^3} \left(\frac{3(\vec{p}_m \vec{r})\vec{r}}{r^2} - \vec{p}_m \right)$. Tu je \vec{p}_m magnetni dipolni moment, \vec{r} pa

vektor od magnetnega dipola do točke, v kateri računamo gostoto magnetnega polja in, ki je od dipola oddaljena za r . Izračunajmo gostoto magnetnega polja na osi okrogle plošče s polmerom R in debelino a ($a \ll R$), ki je homogeno namagnetena vzdolž svoje osi. Magnetizacija v plošči naj bo enaka M .



Izračunajmo gostoto magnetnega polja v razdalji z od plošče. Vzemimo majhno ploskvico velikosti dS na površini plošče in del plošče pod njo. Magnetni moment tega dela plošče je $dp_m = MadS$, kaže pa v smeri osi plošče. Na osi plošče kaže gostota magnetnega polja v smeri osi, zato bomo od prispevka magnetnega momenta dp_m upoštevali samo projekcijo dB na smer osi. Enaka je

$$dB = \frac{\mu_0 dp_m}{4\pi r^3} \left(\frac{3z^2}{r^2} - 1 \right).$$

Upoštevajmo velikost dp_m in integrirajmo po celi plošči: $B = \frac{\mu_0 Ma}{4\pi} \int \left(\frac{3z^2}{r^5} - \frac{1}{r^3} \right) dS$.

Ker je integrand odvisen samo od oddaljenosti ploskvice dS od osi, ne pa od smeri, v kateri leži, smemo integrirati po kolobarjih s polmerom x in širino dx : $dS = 2\pi x dx$. Nadalje velja $r^2 = x^2 + z^2$. Z uvedbo nove spremenljivke $u = x^2 + z^2$

dobimo elementarni integral, ki ga brez težav izračunamo:

$$B = \frac{\mu_0 a M}{4} \int_{z^2}^{R^2+z^2} (3z^2 u^{-5/2} - u^{-3/2}) du = \frac{\mu_0 a M R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

*Spomnimo se izraza za gostoto magnetnega polja na osi krožne zanke s

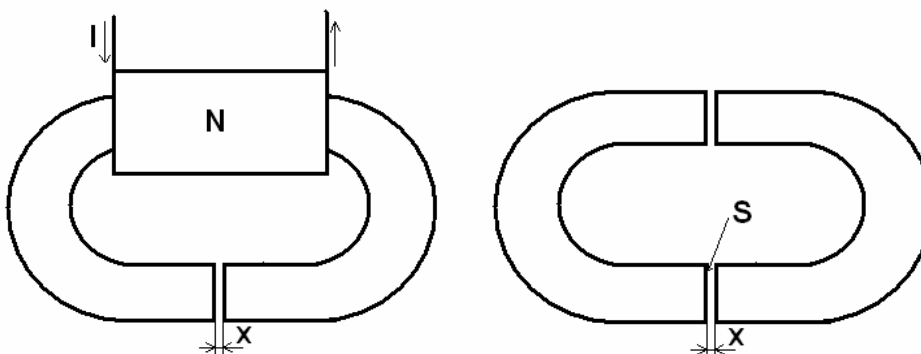
polmerom R, po kateri teče tok I: $B = \frac{\mu_0 I R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}}$. Rezultat, ki smo ga dobili v

primeru plošče je tak, kot da bi po robu plošče tekkel površinski tok $I_{\text{pov}} = Ma$ z gostoto $j_{\text{pov}} = I_{\text{pov}}/a = M$. S površinskim tokom z gostoto M lahko opišemo tudi paličast trajni magnet dolžine L. Rezultat je enak, kot pri kratki tuljavi, če vzamemo $NI = ML$.

9. V ozki reži med polom trajnega magnetna in večjim kosom železa je gostota magnetnega polja $B = 1$ T. Velikost pola je $S = 2 \text{ cm}^2$. Kolikšna je privlačna sila med magnetom in železom?

Če za majhno razdaljo dx povečamo širino reže, se magnetne silnice v okolici reže zanemarljivo spremenijo. Prav tako se zanemarljivo spremeni tudi gostota magnetnega polja v reži. Poveča pa se energija magnetnega polja v reži in sicer za $\Delta W_m = (B^2/2\mu_0)Sdx$. Povečanje energije magnetnega polja je enako delu sile, s katero smo magnet in kos železa razmaknili: $\Delta W_m = Fdx$. Iz tega sledi $F = (B^2/2\mu_0)S$. Ta sila pa je po velikosti enaka privlačni sili med magnetom in železom, ki je v tem primeru $F = 80 \text{ N}$.

10. Transformatorsko jedro je sestavljeno iz dveh delov v obliki črke C. Presek jedra je S, srednja dolžina jedra pa l_j . Okoli jedra je navitih N obojev žice, po kateri teče električni tok I. Vzemimo, da polovici jedra nista povsem staknjeni, ampak je vmes ozka reža širine x. S kolikšno silo se privlačita polovici jedra?



Skupna dolžina reže v jedru je $2x$. Gostota magnetnega polja v jedru je

$$B = \frac{\mu\mu_0 NI}{l_j + 2x\mu}, \text{ induktivnost tuljave pa } L = \frac{\mu\mu_0 N^2 S}{l_j + 2x\mu}.$$

Tu je μ magnetna permeabilnost jedra. Vzemimo, da razdaljo x zmanjšamo za dx . Pri tem se

induktivnost tuljave poveča za $dL = \frac{2\mu^2\mu_0 N^2 S}{(I_j + 2x\mu)^2} dx$. Ob predpostavki, da se tok pri

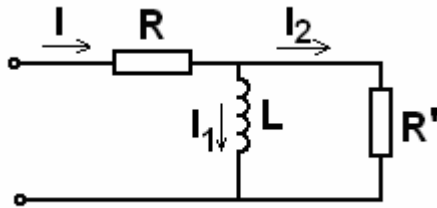
tem ne spremeni, zapišimo za ta premik energijski izrek. Delo sile F , s katero poskrbimo, da polovici jedra v obeh legah mirujeta, je negativno in je enako $dA = -Fdx$. Sila F je po velikosti enaka privlačni sili med polovicama jedra. Delo, ki ga pri tem opravi generator je $dA_e = Pdt = UIdt = (d\Phi/dt)Idt = [d(LI)/dt]Idt = I^2(dL/dt)dt = I^2dL$. Tu je dt čas trajanja premika, ki pa v rezultatu eksplicitno ne nastopa. Φ je magnetni pretok skozi tuljavo. Sprememba energije tuljave je $dW = dLI^2/2$.

Energijski izrek pove, da je $dA_e + dA = dW$. Iz tega sledi, da je

$$F = \frac{I^2 dL}{2 dx} = \frac{\mu^2\mu_0 N^2 I^2 S}{(I_j + 2x\mu)^2} = \frac{B^2 S}{\mu_0}$$

rezultatom prejšnjega zglada: $F = (B^2/2\mu_0)S$, saj je velikost stične ploskve med polovicama jedra $2S$.

11. Vezje na sliki priključimo na vir enosmerne napetosti. Izračunajte časovni potek tokov v vezju! Napetost vira je enaka U_0 . Notranji upor vira zanemarimo.



Rešitev: Ko vezje priključimo ($t=0$) je $I_1 = 0$ in $I = I_2 = U_0/(R+R')$. Po dolgem času ($t = \infty$) je $I_2=0$ ($U_L = 0$) in $I = I_1 = U_0/R$. V vmesnem času uporabimo Kirchoffova izreka:

$$IR + LdI_1/dt = U_0$$

$$IR + I_2R' = U_0$$

$$I = I_1 + I_2.$$

Tretjo enačbo odvajamo po času. Vanjo vstavimo dI_1/dt , ki ga izračunamo iz prve enačbe in dI_2/dt , ki ga dobimo z odvajanjem druge enačbe. Pri tem dobimo enačbo za I :

$$\left(1 + \frac{R}{R'}\right) \frac{dI}{dt} + \frac{R}{L} I = \frac{U_0}{L}.$$

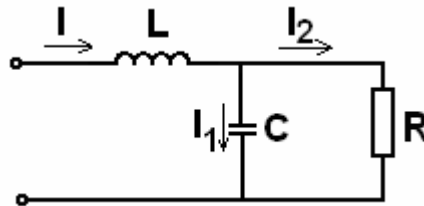
Partikularna rešitev nehomogene enačbe je kar $I = I(\infty) = U_0/R$, splošna rešitev homogenega dela pa $I = Ae^{-t/\tau}$, pri čemer je $\tau = L(R+R')/RR'$. Splošna rešitev nehomogene enačbe je torej $I = U_0/R + Ae^{-t/\tau}$. Konstanto A določimo iz začetnega pogoja $I(0) = U_0/R + A = U_0/(R+R')$. Pri tem dobimo $A = -U_0R'/[R(R+R')]$. Tok I_2 izračunamo iz druge enačbe:

$$I_2 = U_0/R' - IR/R' = [U_0/(R+R')]e^{-t/\tau},$$

tok I_1 pa iz tretje:

$$I_1 = I - I_2 = (U_0/R)[1 - e^{-t/\tau}].$$

12. Vezje na sliki priključimo na vir enosmerne napetosti. Izračunajte časovni potek tokov v vezju! Napetost vira je enaka U_0 . Notranji upor vira zanemarimo.



Rešitev: Ko vezje priključimo velja $I(0) = 0$ in $(dI/dt)_{t=0} = U_0/L$. Po dolgem času velja $I(\infty) = I_2(\infty) = U_0/R$ in $I_1(\infty) = 0$. Z uporabo Kirchoffovih izrekov dobimo enačbe:

$$L \frac{dI}{dt} + I_2 R = U_0$$

$$L \frac{dI}{dt} + \frac{e_1}{C} = U_0$$

$$I = I_1 + I_2.$$

I_2 izračunamo iz prve enačbe. Drugo enačbo odvajamo po času ($de_1/dt = I_1$) in izračunamo I_1 . Oba izraza vstavimo v tretjo enačbo in dobimo enačbo za I :

$$LC \frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{L}{R} \frac{dI}{dt} + I = \frac{U_0}{R}.$$

Partikularna rešitev nehomogene enačbe je $I = U_0/R$, homogen del enačbe pa je enačba dušenega nihanja z $2\beta = 1/RC$ in $\omega_0^2 = 1/LC$. V splošnem lahko obravnavamo tri primere:

$\omega_0 > \beta$, $\omega_0 = \beta$ in $\omega_0 < \beta$. Tu bomo obravnavali samo prvi primer $\omega_0 > \beta$ ($R > \sqrt{L/4C}$).

V tem primeru je splošna rešitev enačbe za I

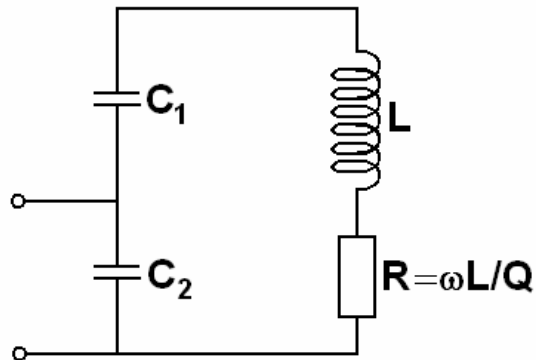
$$I = U_0 / R + Ae^{-\beta t} \cos \omega t + Be^{-\beta t} \sin \omega t: \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}.$$

Konstanti A in B dobimo iz začetnih pogojev $I(0) = 0$ in $(dI/dt)_{t=0} = U_0/L$:

$$A = -U_0/R$$

$$B = \frac{U_0}{\omega L} \left(1 - \frac{L}{2R^2 C} \right).$$

13. Na generator izmenične napetosti s frekvenco 10 MHz, notranjim uporom $R_0 = 50 \Omega$ in največjo izhodno močjo $P_i = 50 \text{ W}$ želimo priključiti tuljavo s presekom 1 cm^2 , dolžino 2 cm in 20 ovoji tako, da bo skozi tuljavo tekel največji možni tok. Pri 10 MHz je kvaliteta tuljave $Q = \omega L/R = 50$. Uporabimo vezje na sliki.



Kolikšni morata biti kapaciteti C_1 in C_2 ? Kolikšna je največja amplituda toka skozi tuljavo in kolikšna je amplituda gostote magnetnega polja v tuljavi? Izgube v kondenzatorjih zanemarimo.

Neidealno tuljavo si predstavljamo kot zaporedno vezavo idealne tuljave z induktivnostjo L in upornika z uporom $R = \omega L/Q$. Z ustrezno izbiro kondenzatorjev je pri frekvenci generatorja impedanca vezja enaka R_0 . Tedaj se na vezju (uporniku) troši največja moč $P_i = 50 \text{ W}$. Najprej izračunajmo induktivnost tuljave.

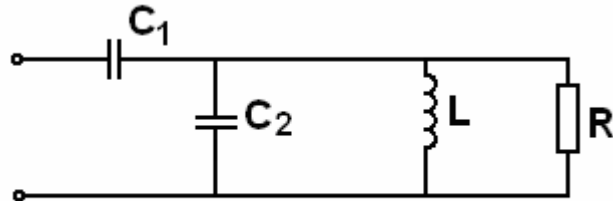
Računamo, kot da je tuljava dolga: $L = \frac{\mu_0 N^2 S}{l} = 2,5 \mu\text{H}$. Pri frekvenci $\nu = 10 \text{ MHz}$

je $\omega L = 160 \Omega$, upor pa $R = 3,2 \Omega$. V primeru, ko je impedanca vezja enaka izhodnemu uporu generatorja, izračunamo amplitudo toka iz enačbe $I_0^2 R/2 = P_i$ in dobimo $I_0 = 5,6 \text{ A}$. Hkrati lahko izračunamo amplitudo magnetnega polja v tuljavi: $B_0 = \mu_0 N I_0 / l = 38 \text{ mT}$. Poiščimo še kapaciteti C_1 in C_2 . Kompleksna impedanca

vezja Z je podana z izrazom: $\frac{1}{Z} = \frac{R}{R^2 + X^2} + i \left(\omega C_2 - \frac{X}{R^2 + X^2} \right)$; $X = \omega L - \frac{1}{\omega C_1}$.

Pri frekvenci 10 MHz mora biti imaginarni del kompleksne impedance nič, realni del pa enak R_0 . Iz tega sledi $X = 12,2 \Omega$, $C_1 = 108 \text{ pF}$ in $C_2 = 1,2 \text{ nF}$.

14. Vezje na sliki priključimo na generator napetosti s krožno frekvenco $\omega = 200 \text{ MHz}$ in notranjim uporom $R_0 = 50 \Omega$. Induktivnost tuljave je $L = 0.5 \mu\text{H}$, izračunajte najugodnejši vrednosti kondenzatorjev C_1 in C_2 , če je upor R enak $R = Q\omega L$, pri čemer je $Q = 50$. (Izgube v nihajnem krogu lahko predstavimo z zaporednim ali vzporednim upornikom.)

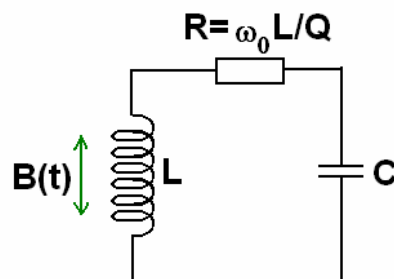


Rešitev: Kompleksna impedanca vezja je enaka:

$$Z = \frac{R}{1 + Y^2 R^2} - i \left[\frac{Y R^2}{1 + Y^2 R^2} + \frac{1}{\omega C_1} \right]; \quad Y = \omega C_2 - \frac{1}{\omega L}.$$

Pri $\omega = 200 \text{ MHz}$ mora biti realni del kompleksne impedance enak R_0 , imaginarni pa nič. Iz tega sledi: $C_1 = 10 \text{ pF}$, $C_2 = 40 \text{ pF}$.

15. Tuljava dušenega nihajnega kroga je v magnetnem polju, ki vzdolž osi tuljave niha z amplitudo B_0 in s krožno frekvenco ω . Resonančna frekvenca nedušenega nihajnega kroga, $1/\sqrt{LC}$, je enaka ω_0 , kvaliteta dušenega nihajnega kroga pa Q . S kolikšno amplitudo niha v stacionarnih razmerah napetost na kondenzatorju? Število obojev tuljave je N , presek tuljave S , dolžina tuljave pa l .



Dušenje nihajnega kroga si predstavimo z zaporedno vezanim upornikom z uporom $R = \omega_0 L / Q = 1 / Q \omega_0 C$. Vzemimo, da nastopa tuljava v vezju kot generator. Izpišimo zvezo $U_L = U_R + U_C$: $NS dB/dt - L dl/dt = IR + U_C$. Nadalje velja $e = CU_C$, $I = CdU_C/dt$ in $dl/dt = Cd^2U_C/dt^2$. Upoštevajmo te zveze pa dobimo enačbo

$$LC \frac{d^2 U_C}{dt^2} + RC \frac{dU_C}{dt} + U_C = NS \frac{dB}{dt} = NS B_0 \omega \cos \omega t = U_0^* \cos \omega t.$$

Enačbo vsiljenega nihanja rešimo v kompleksnem. Za napetost na desni strani vzemimo $\tilde{U} = U_0^* e^{i\omega t}$, nastavek za rešitev pa naj bo $U_C = A e^{i\omega t}$. Amplituda napetosti na kondenzatorju je enaka $U_{0C} = |A|$. Vstavimo nastavka v enačbo in

$$\text{dobimo } A = \frac{U_0^*}{1 - \omega^2 LC + i\omega RC}, \text{ iz tega pa } U_{0C} = \frac{U_0^*}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega RC)^2}}.$$

Upoštevajmo še, da je $LC = 1/\omega_0^2$ in $R = \omega_0 L/Q$ pa dobimo

$$U_{0C} = \frac{U_0^*}{\sqrt{(1 - \omega^2 / \omega_0^2)^2 + (\omega / \omega_0 Q)^2}}. \text{ V resonanci, ko je } \omega = \omega_0, \text{ velja } U_{0C} = U_0^* Q.$$

16. Natrijeva žarnica je narejena za efektivno napetost 100 V. Pri tem troši moč 80 W. Žarnico priključimo na omrežno napetost tako, da zaporedno vezemo dušilko. Kolikšna je induktivnost dušilke? Kolikšen je fazni kot med tokom in napetostjo na vezju? Jedro dušilke ima režo z dolžino $d = 0,4$ mm in presek 25 cm^2 . Kolikšno je število ovojev tuljave? S kolikšno amplitudo niha gostota magnetnega polja v jedru? Kolikšen mora biti najmanj premer žice, če je največja dovoljena efektivna gostota električnega toka v navitju $j_0 = 2 \text{ A/mm}^2$?

Efektivni tok skozi žarnico je $I_{ef} = 80 \text{ W}/100 \text{ V} = 0,8 \text{ A}$. Žarnica se obnaša v vezju kot upornik z uporom $R = 100 \text{ V}/0,8 \text{ A} = 125 \Omega$. Impedanca zaporedne vezave dušilke in žarnice je $Z = \sqrt{R^2 + (\omega L)^2} = \frac{220 \text{ V}}{0,8 \text{ A}} = 275 \Omega$. Iz tega sledi $\omega L = 245 \Omega$,

oziroma $L = 0,78 \text{ H}$. Fazni kot φ med tokom in napetostjo izračunamo iz enačbe

$$\varphi = \arctg(\omega L/R) = 70^\circ. \text{ Število ovojev izračunamo iz enačbe } L \approx \frac{\mu_0 N^2 S}{d} \text{ in}$$

dobimo $N = 315$. Amplitudo nihanja gostote magnetnega polja v jedru podaja

$$\text{enačba } B_0 \approx \frac{\mu_0 N I_{ef} \sqrt{2}}{d} = 1,12 \text{ T}. \text{ Najmanjši dovoljeni premer žice izračunamo iz}$$

enačbe $j_0 \pi d^2/4 = I_{ef}$ in dobimo $d = 0,7 \text{ mm}$.

* Pri računanju smo predpostavili, da je μd dosti več od dolžine jedra. Za tipično vrednost $\mu = 10^4$, je $\mu d = 4 \text{ m}$, dolžina jedra pa je v našem primeru nekaj dm.

17. Na vir izmenične napetosti z amplitudo $U_0 = 24 \text{ V}$ in notranjim uporom $R_0 = 10 \Omega$ želimo priključiti breme z uporom $R = 1 \text{ k}\Omega$ tako, da bo od vira prejemalo največjo možno moč. Za prilagoditev upora uporabimo transformator. Kolikšno mora biti razmerje števila ovojev na primarni in sekundarni strani? Kolikšno moč prejema breme?

Breme prejema od vira napetosti največjo moč, ko je njegov upor enak notranjemu uporu vira. Vhodni upor transformatorja mora bito torej enak R_0 : $R_v = U_1/I_1 = R(N_1/N_2)^2 = R_0$. Iz tega sledi $N_1/N_2 = 1/10$. Moč, ki jo pri tem prejema breme je $P = U_0^2/4R_0 = 14,4 \text{ W}$.