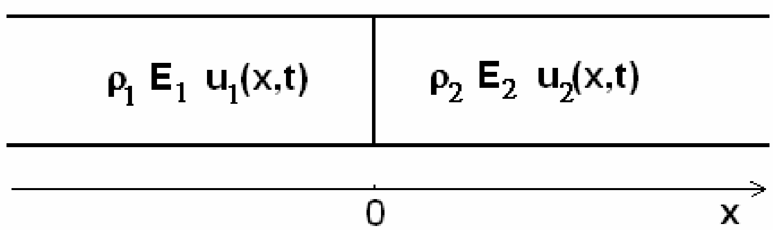
1. Zvok se širi po dolgi ravni cevi. Na vsakih prepotovanih 10 m pade amplituda nihanja tlaka za 5 %. V kolikšni razdalji pade amplituda nihanja tlaka na polovico? V kolikšni razdalji pade na polovico gostota energijskega toka?

Ker pade amplituda nihanja tlaka za enak delež na enaki prepotovani razdalji, kjerkoli že vzamemo to razdaljo, je pojemanje amplitude nihanja tlaka v smeri potovanja eksponentno: $\delta p_0(x) = \delta p_0(0)e^{-x/x_0}$. Iz podatka, da je pri x = 10 m $\delta p_0(x) = 0{,}95\delta p_0(0)$, izračunamo značilno razdaljo x_0: $x_0 = -x/\ln(0{,}95) = 195$ *m*. Amplituda nihanja tlaka pade na polovico v razdalji $x = x_0 \ln(2) = 135$ *m*. Gostota energijskega toka j je sorazmerna δp_0^2, zato pada z razdaljo kot $j(x) = j(0)e^{-2x/x_0}$. Na polovico pade v razdalji x = $(x_0/2)\ln(2)$ = 68 m.

2. Dolga palica s presekom S, gostoto ρ_1 in prožnostnim modulom E_1 se nadaljuje v dolgo palico s presekom S, gostoto ρ_2 in prožnostnim modulom E_2. Po prvem delu palice se v smeri proti spoju širi longitudinalno polarizirano valovanje z amplitudo u_0 in krožno frekvenco ω. Kolikšna je amplituda valovanja, ki se širi po drugem sredstvu? Kolikšna je amplituda valovanja, ki se odbije na meji obeh sredstev?



Vzdolž palic usmerimo koordinato x in vzemimo, da je na spoju x=0. Vpadno valovanje zapišimo v obliki $u_v = u_0\sin(\omega t - k_1 x)$. Odbito valovanje zapišimo v obliki $u_o = A\sin(\omega t + k_1 x) + B\cos(\omega t + k_1 x)$. Prepuščeno valovanje v drugem delu palice zapišimo v obliki $u_p = C\sin(\omega t - k_2 x) + D\cos(\omega t - k_2 x)$. Tu je $k_1 = \omega / c_1 = \omega\sqrt{\rho_1 / E_1}$ in $k_2 = \omega / c_2 = \omega\sqrt{\rho_2 / E_2}$. Splošen odmik delov snovi iz mirovne lege v prvi palici, ki ga označimo z u_1, je enak $u_1 = u_v + u_o$. V drugi palici je $u_2 = u_p$. Tik ob meji velja $u_1(x=0) = u_2(x=0)$, oziroma, $(u_0 + A)\sin(\omega t) + B\cos(\omega t) = C\sin(\omega t) + D\cos(\omega t)$. Sila na mejno ploskev z leve, $F_1 = -E_1 S(\partial u_1 / \partial x)_{x=0}$, mora biti po velikosti enaka, po smeri pa nasprotna sili na mejno ploskev z desne: $F_2 = E_2 S(\partial u_2 / \partial x)_{x=0}$. Velja torej $F_1 = -F_2$, oziroma, $E_1k_1(u_0 - A)\cos(\omega t) + E_1k_1B\sin(\omega t) = E_2k_2C\cos(\omega t) - E_2k_2D\sin(\omega t)$. V enačbah za enakost odmikov in sil izenačimo člene pri $\sin(\omega t)$ in $\cos(\omega t)$. Pri tem dobimo enačbe: $u_0 + A = C$, $u_0 - A = (E_2k_2/E_1k_1)C$, $B = D$ in $B = -(E_2k_2/E_1k_1)D$. Iz teh enačb sledi $B = D = 0$, $C = \dfrac{2E_1k_1}{E_1k_1 + E_2k_2}u_0 = \dfrac{2\sqrt{E_1\rho_1}}{\sqrt{E_1\rho_1} + \sqrt{E_2\rho_2}}u_0$

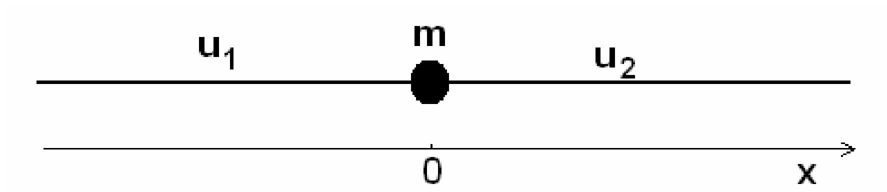
in $A = \dfrac{E_1 k_1 - E_2 k_2}{E_1 k_1 + E_2 k_2} u_0 = \dfrac{\sqrt{E_1\rho_1} - \sqrt{E_2\rho_2}}{\sqrt{E_1\rho_1} + \sqrt{E_2\rho_2}} u_0$. Amplituda prepuščenega valovanja je enaka C, amplituda odbitega valovanja pa A.

Oglejmo si tri mejne primere. Ko je $E_1 = E_2$ in $\rho_1 = \rho_2$, meje sploh ni. Tedaj je A = 0 in C = u_0. Do take situacije pride v splošnem, ko je $E_1\rho_1 = E_2\rho_2$.

Ko je $E_1\rho_1 << E_2\rho_2$, je sredstvo 2 »trdo« in je konec prve palice skoraj fiksiran. Zato je tam $u_1 \approx 0$. V tem primeru je A ≈ $-u_0$ in C ≈ 0. Odbito valovanje ima praktično enako amplitudo, kot vpadno in nasprotno fazo.

Ko je $E_1\rho_1 >> E_2\rho_2$, je konec palice 1 skoraj prost. Tedaj je C ≈ $2u_0$ in A ≈ u_0. Prepuščeno valovanje v »mehkem« sredstvu 2 ima dvakrat večjo amplitudo od vpadnega, odbito valovanje pa ima praktično enako amplitudo kot vpadno in je v fazi z vpadnim.

3. Dolga ravna žica je napeta s silo F. Masa žice na enoto dolžine je enaka μ. Na žico je pritrjena majhna utež z maso m. Po žici se proti uteži širi transverzalno valovanje z amplitudo u_0 in krožno frekvenco ω. Kolikšna je v stacionarnih razmerah amplituda valovanja, ki se odbije od uteži? Kolikšna je amplituda valovanja na drugi strani uteži? S kolikšno amplitudo niha utež?



Vzdolž žice usmerimo koordinato x. Pri uteži naj bo x = 0. Vpadno valovanje zapišimo v obliki $u_v = u_0 \sin(\omega t - kx)$. Odbito valovanje zapišimo v obliki $u_o = A\sin(\omega t + kx) + B\cos(\omega t + kx)$. Prepuščeno valovanje na drugi strani uteži zapišimo v obliki $u_p = C\sin(\omega t - kx) + D\cos(\omega t - kx)$. Splošen odmik delov žice iz mirovne lege levo od uteži označimo z u_1, $u_1 = u_v + u_o$. Desno od uteži je odmik $u_2 = u_p$. Ob uteži velja $u_1(x=0) = u_2(x=0)$, iz česar sledi $u_0 + A = C$ in $B = D$. Zapišimo še drugi Newtonov zakon za gibanje uteži v prečni smeri. Z leve deluje na utež sila $-F\sin\alpha$, z desne pa sila $-F\sin\beta$. V aproksimaciji majhnih kotov velja $\sin\alpha \approx \alpha \approx \mathrm{tg}\alpha = (\partial u_1/\partial x)_{x=0}$ in $\sin\beta \approx \beta \approx \mathrm{tg}\beta = -(\partial u_2/\partial x)_{x=0}$. Iz tega sledi $-F(\partial u_1/\partial x)_{x=0} + F(\partial u_2/\partial x)_{x=0} = md^2u/dt^2$. Tu je u odmik uteži iz mirovne lege, ki je seveda enak $u = u_1(x=0) = u_2(x=0) = C\sin(\omega t) + D\cos(\omega t)$. Z vpeljavo brezdimenzijskega parametra $z = \dfrac{m\omega^2}{kF} = \dfrac{m\omega}{\sqrt{\mu F}}$ zapišemo še dve enačbi za A, B, C in D: $u_0 - A - C = -zD$ in $B + D = -zC$. Rešitve enačb so

$A = -\dfrac{u_0 z^2}{4+z^2}$, $B = D = -\dfrac{2u_0 z}{4+z^2}$ in $C = \dfrac{4u_0}{4+z^2}$. Amplituda prepuščenega valovanja$(u_p)_0$ je enaka $(u_p)_0 = \sqrt{C^2 + D^2} = \dfrac{2u_0}{\sqrt{4+z^2}}$. Tolikšna je tudi amplituda nihanja uteži. Amplituda odbitega valovanja$(u_o)_0$ je enaka

$$(u_o)_0 = \sqrt{A^2 + B^2} = \frac{zu_0}{\sqrt{4 + z^2}}.$$

Brezdimenzijski parameter z lahko zapišemo kot razmerje med maso uteži m in neko značilno maso m*, z = m/m*, pri čemer je $m^* = (\sqrt{\mu F})/\omega$. V primeru, ko je m << m*, je z << 1. Tedaj so A, B in D približno enaki 0, C pa je enak u_0. Valovanje se skoraj nemoteno širi mimo uteži. V nasprotnem primeru, ko je m >> m* (z >> 1), so B, C in D približno 0, A pa je približno enak $-u_0$. Situacija je enaka, kot če bi konec žice trdno vpeli.

4. Po dolgi vrvi se širi prečna motnja oblike $u(x,t) = u_0 e^{-\frac{(x-ct)^2}{\sigma^2}}$. Kdaj je v razdalji s od izhodišča hitrost gibanja vrvi v prečni smeri največja in kolikšna je?

Na danem mestu je odmik iz mirovne lege enak $u(s,t) = u_0 e^{-\frac{(s-ct)^2}{\sigma^2}}$. Hitrost gibanja v prečni smeri v je enaka $v = \frac{du(s,t)}{dt} = u_0 \frac{2c(s-ct)}{\sigma^2} e^{-\frac{(s-ct)^2}{\sigma^2}}$. Hitrost je največja, ko je dv/dt = 0. To se zgodi ob časih $t = \frac{1}{c}\left(s \pm \frac{\sigma}{\sqrt{2}}\right)$. Hitrost gibanja v prečni smeri je tedaj enaka $v = \mp\sqrt{\frac{2}{e}}\frac{cu_0}{\sigma}$.

5. Na jekleno žico s presekom S = 2 mm^2 in dolžino l = 3 m obesimo utež z maso m = 10 kg. Gostota jekla je ρ = 7,6 kg/dm^3. Kolikšna je najnižja frekvenca stoječega valovanja na žici?

Hitrost širjenja prečnih motenj po žici je $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{mg}{\rho S}} = 81\, m/s.$ Težo žice zanemarimo. Stoječe valovanje z najnižjo frekvenco ima valovno dolžino λ = 2l = 6m. Najnižja frekvenca stoječega valovanja je torej ν = c/λ = 13,5 Hz.

6. Na dolgi vrvi z dolžino l in maso m visi breme z maso M. V kolikšnem času prepotuje prečna motnja pot od enega konca vrvi do drugega?

V razdalji x od zgornjega pritrdišča je napetost vrvi enaka F = [M + m(l-x)/l]g. Hitrost potovanja motnje je tam $c(x) = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{g\left(\frac{M}{m} l + l - x\right)}$. Motnja prepotuje razdaljo dx v oddaljenosti x od izhodišča v času dt = dx/c(x). Celotno vrv prepotuje v času t, $t = \int_0^l \frac{dx}{c(x)} = 2\sqrt{\frac{l}{g}}\left(\sqrt{\frac{M}{m}+1} - \sqrt{\frac{M}{m}}\right)$. Oglejmo si dva mejna primera. Ko je M = 0, je čas enak $t = 2\sqrt{l/g}$. Ko je masa vrvi m zanemarljiva v primerjaviz M, m<<M, moramo razliko korenov množiti in deliti z njuno vsoto. Pri tem dobimo $t = 2\sqrt{ml/Mg}$. Do tega rezultata bi prišli preprosteje, če bi rekli, da je hitrost širjenja motnje $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{Mg}{(m/l)}}$ in izračunali čas t = l/c.

7. Vrv, po kateri se transverzalne motnje širijo s hitrostjo c_1, se nadaljuje v vrv, po kateri se transverzalne motnje širijo s hitrostjo c_2. Po prvi vrvi se proti spoju širi sinusno valovanje. Kolikšna je amplituda odbitega valovanja, kolikšna pa amplituda valovanja, ki se širi po drugi vrvi?

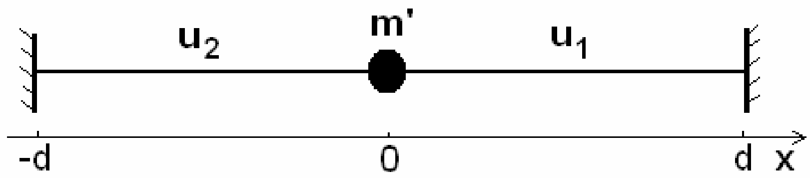
Vzdolž vrvi usmerimo os x in izberemo x=0 na spoju. Odmik iz mirovne lege v prvi vrvi označimo z $u_1(x,t)$, odmik iz mirovne lege v drugi vrvi pa z $u_2(x,t)$. Na spoju velja $u_1(0,t) = u_2(0,t)$ in, ker tam ni dodatne mase, še $(\partial u_1(x,t)/\partial x)_{x=0} = (\partial u_2(x,t)/\partial x)_{x=0}$. Valovanje v prvi vrvi zapišemo kot vsoto vpadnega valovanja, $u_v = u_0 \sin(\omega t - k_1 x)$, in odbitega valovanja, $u_0 = C\sin(\omega t + k_1 x) + D\cos(\omega t + k_1 x)$. Velja torej $u_1 = u_v + u_o$. Valovanje v drugi vrvi zapišemo v obliki $u_2 = A\sin(\omega t - k_2 x) + B\cos(\omega t - k_2 x)$. Iz pogojev na meji sledi: $u_0 + C = A$, $D = B$, $u_0 - C = (k_2/k_1)A$ in $-Dk_1 = Bk_2$. Iz druge in četrte enačbe sledi B = D = 0, iz prve in tretje pa: $A = \frac{2c_2}{c_1 + c_2} u_0$ in $C = \frac{c_2 - c_1}{c_2 + c_1} u_o$. Oglejmo si tri posebne primere.

Ko je $c_1 = c_2$, se valovanje nemoteno širi čez mejo; C = 0, $A = u_0$.

Ko je $c_1 > c_2$ (druga vrv je »težja« od prve), je C<0. Odbito valovanje ima nasprotno fazo od vpadnega. V ekstremnem primeru, ko je $c_1 >> c_2$, velja $A << u_0$ in $C \approx -u_0$.

Ko je $c_1 < c_2$ (druga vrv je »lažja« od prve), je C>0. Odbito valovanje ima enako fazo kot vpadno. V ekstremnem primeru, ko je $c_1 << c_2$, velja $A \approx 2u_0$ in $C \approx u_0$. Valovanje v drugem sredstvu ima veliko amplitudo, njegov energijski tok pa je majhen.

8. Struna z maso m in dolžino 2d je trdno vpeta na obeh koncih in napeta s silo F. Na sredo strune pritrdimo majhno utež z maso m'. Kolikšne so frekvence stoječih valov v struni?



Najprej si oglejmo dva mejna primera. Ko je m'<<m, utež skoraj ne moti strune, zato je tedaj $2d = n\lambda_n/2$; $n = 1,2,...$ Možne valovne dolžine so $\lambda_n = 4d/n$, frekvence pa $\nu_n = c/\lambda_n$, pri čemer je $c = \sqrt{2dF/m}$.

V nasprotnem primeru, ko je m'>>m, je situacija podobna, kot da bi struno na sredi vpeli. Pri tem dobimo na obeh straneh uteži stoječa valovanja s frekvencami $\nu_n = c/\lambda_n$, pri čemer je $\lambda_n = 2d/n$; $n = 1,2,...$ Poleg tega dobimo še nizkofrekvenčno nihanje uteži. Ko je utež odmaknjena iz mirovne lege za u (u<<d) v prečni smeri, deluje nanjo proti mirovni legi sila -2Fu/d. Po 2. Newtonovem zakonu je ta sila enaka produktu mase m' in pospeška uteži $a = d^2u/dt^2$, kar da enačbo nihanja $a + (2F/m'd)u = 0$. Frekvenca tega nihanja je enaka $\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2F}{m'd}}$.

V splošnem bo malo več dela. Imenujmo odmike delov strune iz mirovne lege na desni strani u_1, na levi pa u_2. Koordinato x osmerimo v smeri strune, izhodišče pa izberimo na mestu uteži. Odmika u_1 in u_2 sta seveda funkciji koordinate x in časa. Robni pogoji, ki morajo biti izpolnjeni so naslednji: $u_1(d, t) = 0$, $u_2(-d, t) = 0$, $u_1(0, t) = u_2(0, t)$ in $F\left(\left(\frac{\partial u_1(x,t)}{\partial x}\right)_{x=0} - \left(\frac{\partial u_2(x,t)}{\partial x}\right)_{x=0}\right) = m'\frac{d^2u_1(0,t)}{dt^2} = m'\frac{d^2u_2(0,t)}{dt^2}$.

Zadnji pogoj je 2. Newtonov zakon za gibanje uteži, napisan v aproksimaciji majhnih kotov ($\alpha \approx \sin\alpha \approx \mathrm{tg}\alpha = \partial u/\partial x$). Ker obravnavamo stoječe valovanje, zapišemo u_1 in u_2 na naslednji način:

$u_1(x, t) = A\sin\omega t\sin kx + B\sin\omega t\cos kx + C\cos\omega t\sin kx + D\cos\omega t\cos kx$

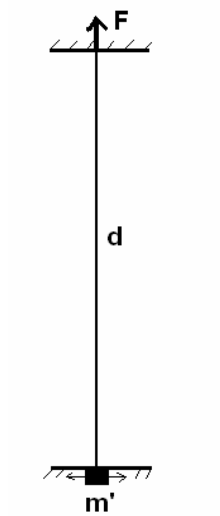
$u_2(x, t) = A'\sin\omega t\sin kx + B'\sin\omega t\cos kx + C'\cos\omega t\sin kx + D'\cos\omega t\cos kx$.

Z upoštevanjem robnih pogojev dobimo zvezo med konstantami A, B,...,D' in možne vrednosti valovnega števila k. Iz enakosti odmikov pri x=0 sledi B = B' in D = D'. Iz enačbe $u_1(d, t) = 0$ sledita dve enačbi: $A\sin kd + B\cos kd = 0$ in $C\sin kd + D\cos kd = 0$. Iz enačbe $u_2(-d, t) = 0$ sledita zvezi $-A'\sin kd + B'\cos kd = 0$ in $-C'\sin kd + D'\cos kd = 0$. Iz dosedaj zapisanih enačb sledi $A' = -A$ in $C' = -C$. Iz drugega Newtonovega zakona za gibanje uteži, $2FkA\sin\omega t + 2FkC\cos\omega t = -m'\omega^2B\sin\omega t - m'\omega^2D\cos\omega t$, pa sledi $B = -2FkA/m'\omega^2$ in $D = -2FkC/m'\omega^2$. Sorazmernostno konstanto v zadnjih enačbah zapišimo na naslednji način: $\frac{2Fk}{m'\omega^2} = \frac{2Fk}{m'k^2c^2} = \frac{2Fd}{m'c^2(kd)} = \frac{m}{m'}\frac{1}{kd}$. Iz obeh zvez med A in B sledi enačba $(kd)\mathrm{tg}(kd) = m/m'$. Iz te enačbe, ki jo je treba rešiti numerično, izračunamo dovoljene vrednosti za k in potem frekvence stoječih valovanj kot $\nu = kc/2\pi$.

Za zaključek si oglejmo še prej omenjena mejna primera. Ko je m'<<m, je m/m'>>1 in je $kd \approx \pi/2 + n\pi$. Iz tega sledi $\nu = (c/4d)(1 + 2n)$; $n = 0,1,2...$ Ta rezultat pa se razlikuje od prej dobljenega: $n = (c/4d)n$; $n = 1,2,3...$ Nehote smo spregledali stoječa valovanja, ki imajo na sredi strune vozel in na katere utež na sredi prav nič ne vpliva. Za ta valovanja je $2d = 2(\lambda/2), 4(\lambda/2), 6(\lambda/2)...$

Oglejmo si še primer »težke« uteži (m'>>m). Poleg že prej omenjenih stoječih valovanj, ki imajo na mestu uteži vozel, so dovoljena še valovanja, katerih valovna števila so rešitev enačbe $(kd)\mathrm{tg}(kd) = m/m' \ll 1$. Za ta valovanja velja $kd \approx n\pi$: n = 1,2,3..., njihove frekvence pa so enake $\nu_n = (c/2d)n$. Upoštevati moramo še valovanje z najnižjo frekvenco, ko je kd <<1. Tedaj velja $(kd)^2 \approx m/m'$, iz česar sledi frekvenca $\nu = \frac{c}{2\pi d}\sqrt{\frac{m}{m'}} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{2F}{m'd}}$.

9. Struna z maso m in dolžino d je napeta s silo F. En konec strune je fiksiran, na drugega pa je pritrjena utež z maso m', ki lahko drsi ob ravni steni brez trenja.Struna naj bo navpična, stena pa vodoravna. Kolikšne so frekvence stoječih valovanj v struni?



Os z naj poteka vzdolž strune, na mestu uteži pa naj bo x=0. Odmik delov strune iz mirovne lege zapišimo v obliki $u(z,t) = A\sin\omega t\sin kz + B\sin\omega t\cos kz + C\cos\omega t\sin kz + D\cos\omega t\cos kz$. Robna pogoja sta u(d,t) = 0 in

$$F\left(\frac{\partial u(z,t)}{\partial z}\right)_{z=0} = m'\frac{d^2u(0,t)}{dt^2}.$$

V enačbi vstavimo izraz za u(z,t) in dobimo enačbe $A\sin kd + B\cos kd = 0$, $C\sin kd + D\cos kd = 0$, $B = -pA$ in $D = -pC$, pri čemer je $p = (m/m')(1/kd)$. Iz njih sledi enačba za k: $(kd)\mathrm{tg}(kd) = m/m'$. Podobno, kot pri prejšnjem zgledu, moramo tudi tu numerično izračunati k, potem pa še frekvenco $\nu = kc/2\pi$. V posebnem primeru, ko je m = m', je najmanjša rešitev enačbe $kd = 0,86$. Tej rešitvi ustreza najnižja frekvenca stoječega valovanja $\nu = 0,137(c/d)$.

10. Struna z dolžino d = 1m je napeta s silo 100 N in pritrjena na obeh koncih. Stoječe valovanje, pri katerem je d = nλ/2, ima amplitudo u_0 = 1 mm. Kolikšna je energija tega valovanja?

Energija strune na enoto dolžine je vsota kinetične energije na enoto dolžine, $w_k = (\mu/2)(\partial u/\partial t)^2$, in prožnostne energije na enoto dolžine, $w_{pr} = (F/2)(\partial u/\partial x)^2$. Os x usmerimo vzdolž strune, izhodišče pa naj bo na enem koncu strune. V tem primeru zapišemo odmik kot funkcijo kraja in časa v obliki:

$u(x,t) = u_0\sin(\omega t)\sin(n\pi x/d)$. Prožnostna energija na enoto dolžine je enaka $w_{pr} = (F/2)(u_0 n\pi/d)^2\sin^2(\omega t)\cos^2(n\pi x/d)$. Kinetična energija na enoto dolžine je enaka $w_k = (\mu/2)(u_0\omega)^2\cos^2(\omega t)\sin^2(n\pi x/d)$. Če upoštevamo, da je $\omega = kc = (n\pi/d)\sqrt{F/\mu}$, vidimo, da je člen pred trigonometričnima funkcijama v obeh primerih enak: $(F/2)(u_0 n\pi/d)^2 = (\mu/2)(u_0\omega)^2 = w_0 n^2$. Prožnostna energija je enaka $W_{pr} = \int_0^d w_{pr} dx = w_0 n^2 \sin^2(\omega t) \int_0^d \cos^2(n\pi x/d) dx = \frac{w_0 n^2 d}{2} \sin^2(\omega t)$. Podobno izračunamo kinetično energijo $W_k = \int_0^d w_k dx = \frac{w_0 n^2 d}{2} \cos^2(\omega t)$. Energija stoječega valovanja je enaka $W = W_k + W_{pr} = (w_0 d/2) n^2$. S podatki iz naloge dobimo $W = (0{,}25\ mJ) n^2$.

11. S kolikšno hitrostjo potuje po vodoravno obešeni homogeni vzmeti z dolžino d, maso m in koeficientom k vzdolžna motnja?

Do rezultata lahko pridemo na več načinov. Lahko na primer ustrezno prepišemo izraz $c = \sqrt{E/\rho}$. Tu bomo uporabili kombinacijo izreka o gibalni količini in Hookovega zakona. Vzemimo, da začne ob času 0 na en konec vzmeti delovati sila, ki povzroči premikanje konca s hitrostjo v. Po času t se konec vzmeti premakne za razdaljo vt, čelo motnje pa v vzmeti prepotuje razdaljo ct. Masa dela vzmeti, ki se premika s hitrostjo v je enaka $\Delta m = m(ct/d)$. Uporabimo izrek o gibalni količini, $Ft = \Delta m v$ in dobimo zvezo $F/v = mc/d$. Del vzmeti od začetka do tam, kamor pride ob času t čelo motnje, je imel prvotno dolžino ct. Zaradi premika konca vzmeti pa je skrčen za vt. Zapisati moramo zvezo med silo in skrčkom. Preden to naredimo je potreben naslednji razmislek. Vzemimo, da homogeno vzmet z dolžino d obremenimo s silo F. Vzmet se pri tem deformira za $s = F/k$. Če pogledamo polovico vzmeti z dolžino d/2, je deformacija pri enaki obremenitvi s/2, čemur bi ustrezal koeficient 2k. Iz tega sklepamo, da je za del vzmeti z dolžino z koeficient k(z) enak $k(z) = kd/z$. V našem primeru je $z = ct$ in $s = vt$. Velja torej $F = k(z)s = (kd/ct)vt = kdv/c$. Iz te enačbe sledi $F/v = kd/c$. Prej smo ugotovili, da velja zveza F/v = mc/d. Izenačimo desni strani enačb in dobimo $c = d\sqrt{k/m}$.

12. V zvočnem valovanju v zraku s frekvenco 3 kHz je amplituda nihanja tlaka δp_0 = 0,2 Pa. S kolikšno amplitudo nihajo deli zraka? Kolikšna je gostota energijskega toka? (c = 340 m/s, ρ = 1,2 kg/m^3)

Izenačimo izraza za povprečno gostoto energije $(\delta p_0)^2/2\rho c^2 = \rho\omega^2 u_0^2/2$ in dobimo $u_0 = \delta p_0/\rho\omega c = 26\ nm$. Gostota energijskega toka je enaka $j = (\delta p_0)^2/2\rho c = 98 \mu W/m^2$.

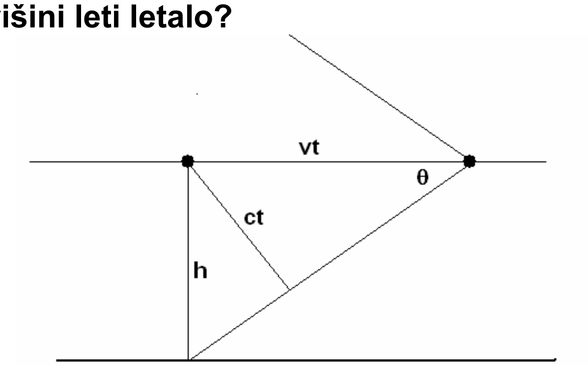
13. Glasbene vilice, ki oddajajo zvok s frekvenco ν = 440 Hz, spustimo z večje višine, da prosto padajo. Kako daleč so padle, ko zaslišimo zvok s frekvenco $\nu' = 415\ Hz$? ($c = 340\ m/s$)

Hitrost glasbenih vilic v trenutku, ko za mirujočega poslušalca oddajajo zvok s frekvenco 415 Hz je podana z enačbo $\nu' = \nu c/(c+v)$, iz česar sledi $v = 20{,}5\ m/s$. Tolikšno hitrost dosežejo vilice v globini $h = v^2/2g = 21{,}4\ m$. Iz te globine potuje zvok čas t, $t = h/c = 0{,}063\ s$. V tem času padejo vilice pri hitrosti 20,5 m/s za 1,3 m. Vilice so v tem času padle za 22,7 m. Rezultat ni povsem natančen, ker nismo upoštevali pospeševanja v času t, a ker je čas t kratek, napaka ni velika in se natančneje izračunani rezultat v okviru natančnosti računanja ujema s prejšnjim.

14. Hitrost avtomobila merijo z radarjem, ki oddaja mikrovalove s frekvenco 24 GHz. Vzemimo, da se avto približuje radarju s hitrostjo 72 km/h. Valovanje, ki se odbije od avtomobila, mešajo z oddanim in pri tem dobijo utripanje s frekvenco, ki je enaka razliki frekvenc obeh valovanj. Kako dolgo mora trajati meritev, da naštejejo n. pr. 4x72 utripov? Kolikšno pot v tem času prevozi avto?
Opazujmo časovni interval, v katerem dve zaporedni valovni ploskvi zadeneta avto. V tem času napravi prva odbita valovna ploskev pot ct, avto pa pot vt. Valovna dolžina odbitega valovanja je $\lambda' = ct - vt$. Čas t izračunamo na naslednji način. Pot ct, ki jo napravi druga valovna ploskev in pot vt, ki jo napravi avto, sta enaka razdalji med ploskvama λ: $ct + vt = \lambda$. Iz tega sledi $\lambda' = \lambda(c-v)/(c+v)$. Ker je v<<c velja dovolj natančno $\lambda' = \lambda(1-2v/c)$. Ker nadalje velja $\nu = c/\lambda$ in $\nu' = c/\lambda'$, dobimo zvezo $\nu' = \nu(1+2v/c)$. Frekvenca utripanja je $\nu_u = 2\nu v/c = 3{,}2\ kHz$. 4x72 utripov izmerimo v času $\Delta t = (4x72/3200)\ s = 0{,}09\ s$. V tem času prevozi avto pot 1,8 m.

15. Opni dveh zvočnikov nihata z enako frekvenco ν = 680 Hz. Nihanji sta premaknjeni v fazi za 180^0. Razdalja med zvočnikoma je d = 1,5 m. Pod katerimi koti α glede na simetralo slišimo ojačen zvok?
Valovanji se ujameta v fazi, ko je razlika poti $\Delta s = \lambda/2 + N\lambda$, pri čemer je N celo število. Daleč od zvočnikov velja $\Delta s = d\sin\alpha$. Koti so torej dani z enačbo $\sin\alpha = (\lambda/d)(N+1/2) = (N+1/2)/3$. N je lahko 0, 1, ali 2. Ustrezni koti so $9{,}6^0$, 30^0 in $56{,}4^0$.

16. Letalo leti s hitrostjo v = 2c. Poslušalec zasliši pok 10 s po tem, ko ga letalo preleti. Na kateri višini leti letalo?



Kot pri vrhu Machovega stožca je enak $\theta = \arcsin(c/v) = 30^0$. Iz slike razberemo, da je $h/vt = tg\theta$. Višina letala je torej $h = vt\,tg\theta = 3{,}9\ km$.