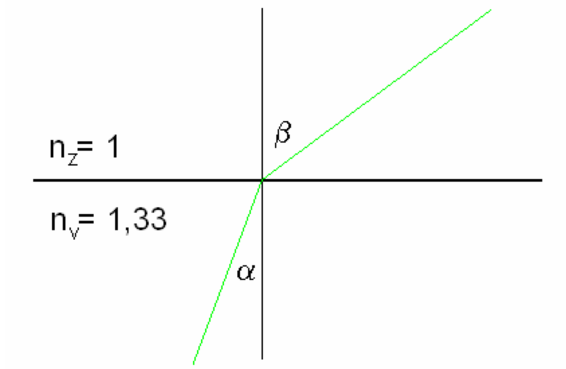
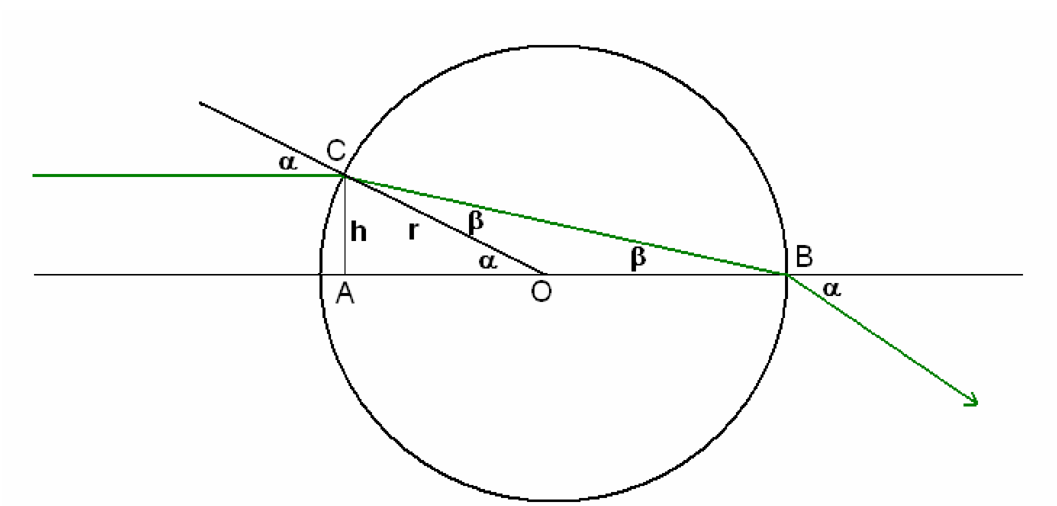
1. Potapljač vidi sonce pod kotom α = 45^0 proti navpičnici. Pod kolikšnim kotom vidi sonce opazovalec v čolnu?



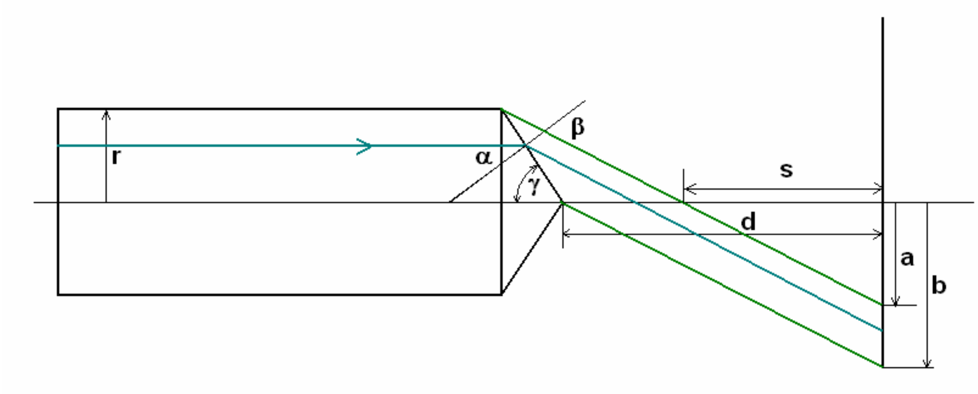
Opazovalec v čolnu vidi sonce pod kotom β = arcsin($n_v$sinα) = 70^0.

2. Skozi stekleno kroglo (n = 1,50) s polmerom r poteka os, ki gre skozi sredino krogle. Vzporedno z osjo pada na kroglo tanek curek svetlobe. Curek svetlobe drugič zadene površje krogle v točki B, v kateri jo prebada os. Kolikšna je razdalja curka od osi? Kolikšen je kot med vpadnim curkom in lomljenim curkom po izstopu iz krogle?



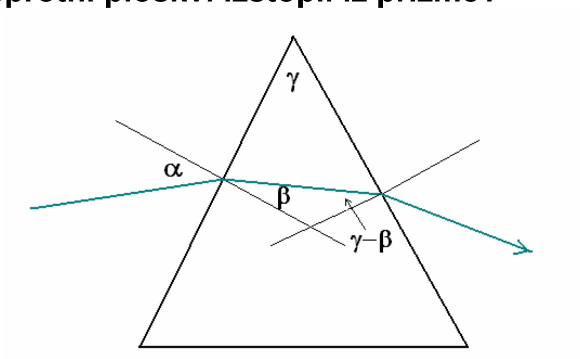
Trikotnik OBC je enakokrak, zato sta ostra kota pri B in C enaka. Kot pri C je lomni kot β, zato je tudi kot pri B enak β. Kot pri O je enak $\pi - 2\beta$, hkrati pa je enak $\pi-\alpha$. Iz tega sledi $\alpha = 2\beta$. Upoštevajmo lomni zakon: sinα/sinβ = sin2β/sinβ = 2cosβ = n. Razdalja h med osjo in curkom je enaka h = rsinα = rsin2β = $\frac{nr}{2}\sqrt{4-n^2}$ = 0,992r. Kot med vpadnim in lomljenim curkom svetlobe je enak α, α = 82,8^0.

3. Steklena palica s polmerom $r = 1$ cm se zaključi v obliki stožca, ki ima kot pri vrhu $\gamma = 60^0$. Po palici se širi vzporeden curek svetlobe, ki se na površju stožca lomi. Zaslon je oddaljen $d = 20$ cm od vrha stožca in je pravokoten na os stožca. Kaj opazimo na zaslonu?



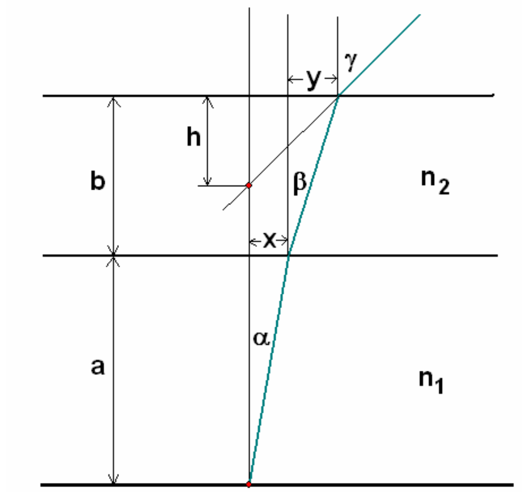
Na zaslonu opazimo svetel kolobar s polmeroma a in b. Pri lomu na plašču stožca je vpadni kot $\alpha = 90^0 - \gamma = 30^0$. Lomni kot je enak $\beta = 48{,}6^0$. Zunanji polmer kolobarja b izračunamo po enačbi $b/d = \mathrm{tg}(\beta - \alpha)$: $b = 6{,}7$ cm. V naslednjem koraku izračunamo oddaljenost s od točke, kjer zunanji žarek seka os, do zaslona. Višina stožca je $h = r\mathrm{ctg}\gamma = 0{,}6$ cm. Oddaljenost x od osnovne ploskve stožca do točke, kjer zunanji žarek seka os je enaka $x = r\mathrm{ctg}(\beta - \alpha) = 3{,}0$ cm. Razdalja s je torej enaka $s = d - (x - h) = 17{,}6$ cm. Notranji polmer kolobarja je enak $a = s\mathrm{tg}(\beta - \alpha) = 5{,}9$ cm.
*Svetel kolobar opazimo, ko je razdalja d večja od 2,4 cm. Širina kolobarja b-a se z razdeljo d ne spreminja. Pri manjših razdaljh d dobimo svetel krog. Polmer kroga je najmanši pri d = 1,2 cm in sicer je enak 0,4 cm.

4. Na prizmo iz snovi z lomnim količnikom $n = 1{,}6$ in s kotom pri vrhu $\gamma = 50^0$ pada curek svetlobe. Kolikšen mora biti najmanj vpadni kot, da bo curek svetlobe na nasprotni ploskvi izstopil iz prizme?



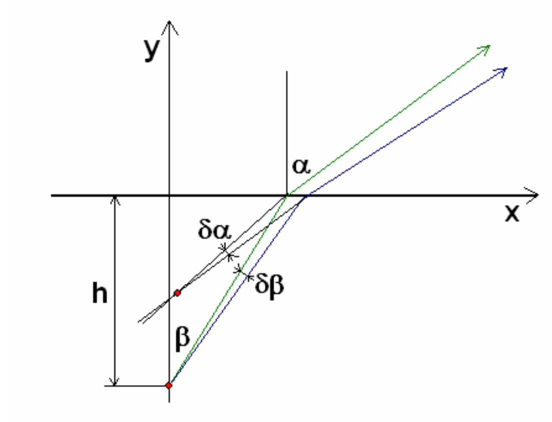
Curek svetlobe zadene nasprotno ploskev prizme pod kotom $\gamma - \beta$. Ta kot mora biti manjši od mejnega kota totalnega odboja, ki je v našem primeru $\alpha_m = 38{,}7^0$. Najmanjši dovoljeni kot β je torej $\beta = \gamma - \alpha_m = 11{,}3^0$. Po lomnem zakonu izračunamo najmanjši dovoljeni kot α: $\alpha = \arcsin(n\sin\beta) = 18{,}3^0$.

5. Na a = 10 cm debeli plasti CCl_4 z lomnim količnikom n_1 = 1,46 plava b = 1 cm debela plast vode z lomnim količnikom n_2 = 1,33. Kolikšna je navidezna globina h posode pri pravokotnem gledanju?



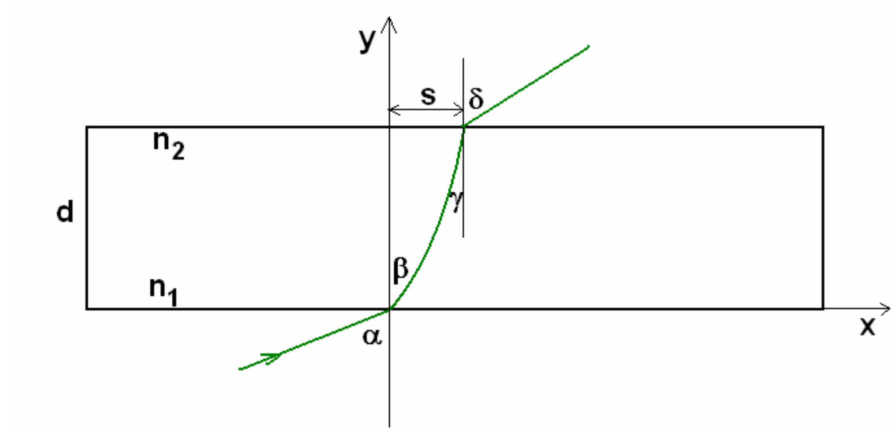
Vzamimo žarek, ki izhaja iz točke na dnu in pade na mejo med CCl_4 in vodo pod majhnim kotom α v točki, ki je za x odmaknjena od navpičnice. Na tej meji se žarek lomi pod kotom β. To je tudi vpadni kot na meji voda-zrak. Na tej meji se žarek lomi pod kotom γ. Vodoravni premik žarka v vodi je enak y. Za majhne kote zapišemo lomni zakon v obliki $n_1\alpha = n_2\beta = \gamma$. Kota α in β izrazimo s kotom γ: $\alpha = \gamma/n_1$, $\beta = \gamma/n_2$. Premik x je enak: $x = a\alpha = a\gamma/n_1$. Podobno izračunamo premik y: $y = b\beta = b\gamma/n_2$. Točka, v kateri podaljšek lomljenega žarka v zraku seka navpičnico nad točko, iz katere žarek izhaja, je v globini $h = (x+y)/\gamma = a/n_1 + b/n_2 = 7{,}6$ cm. Ker globina te točke ni odvisna od kota α (za majhne kote!), je to tudi navidezna globina posode pri navpičnem gledanju. Žarki, ki prehajajo iz vode v zrak so namreč zlomljeni tako, kot da izhajajo iz globine h.

6. Navidezna globina vode je odvisna od kota, pod katerim gledamo premet pod vodo. Pri navpičnem gledanju je navidezna globina vode enaka h/n, pri čemer je h globina, v kateri je predmet, n = 1,33 pa lomni količnik vode. Izračunajmo, kako se navidezna globina spreminja s kotom gledanja.



Predmet vidimo v točki, v kateri se sekata podaljška dveh sosednjih žarkov, ki izhajata iz predmeta pod kotoma β in $\beta+\delta\beta$ ($\delta\beta<<\beta$) glede na navpičnico in se lomita na vodni površini pod kotoma α in $\alpha+\delta\alpha$. V koordinatnem sistemu x,y je premica, na kateri leži žarek, ki izhaja iz predmeta pod kotom β in se lomi pod kotom α, podana na naslednji način: $y = \text{ctg}\alpha[x - h\text{tg}\beta]$. Enačba premice, na kateri leži sosednji žarek pa je $y = \text{ctg}(\alpha+\delta\alpha)[x - h\text{tg}(\beta+\delta\beta)]$. Premici se sekata, ko je $x[\text{ctg}(\alpha+\delta\alpha) - \text{ctg}\alpha] = h[\text{ctg}(\alpha+\delta\alpha)\text{tg}(\beta+\delta\beta) - \text{ctg}\alpha\text{tg}\beta]$. Upoštevajmo, da je $\delta\alpha<<\alpha$ in $\delta\beta<<\beta$ ter zapišimo razliki v oglatih oklepajih z odvodi ($f(x+\delta x)-f(x) \approx (df/dx)\delta x$, $g(x+\delta x, y+\delta y) - g(x, y) \approx (\partial g/\partial x)\delta x + (\partial g/\partial y)\delta y$). Ko upoštevamo še lomni zakon, $n\sin\beta = \sin\alpha$, in zvezo med $\delta\alpha$ in $\delta\beta$, ki sledi iz lomnega zakona ($n\delta\beta\cos\beta = \delta\alpha\cos\alpha$), dobimo: $x = h\text{tg}\beta[1 - (\cos\alpha/\cos\beta)^2]$ in $y = -(h/n)(\cos\alpha/\cos\beta)^3$. Oglejmo si tri značilne primere.
Ko sta $\alpha,\beta<<1$ (navpično gledanje), je $x \approx 0$ in $y = -h/n = - 0,75$ h. .
Ko je $\alpha = 45^0$, je $\beta = 32^0$. Tedaj dobimo $x = 0,19h$ in $y = -0,44h$.
Ko gledamo skoraj vzporedno z gladino ($\alpha \approx 90^0$, $\beta = 48.8^0$), je $x = 1,14$ h in $y=0$.

7. Lomni količnik vodoravne plošče z debelino d = 2 cm ni konstanten, ampak se v navpični smeri spreminja kot $n(y) = n_1 + (n_2 - n_1)(y/d)$. Pr tem je $n_1 = 1,2$ in $n_2 = 1,6$. Ozek curek svetlobe zadene spodnjo ploskev pod kotom $\alpha = 45^0$. Pod kolikšnim kotom γ curek zadene zgornjo ploskev in pod kolikšnim kotom δ izstopa iz plošče? Kolikšna je razdalja s med točko vstopa in točko izstopa v vodoravni smeri? V okolici plošče je zrak.



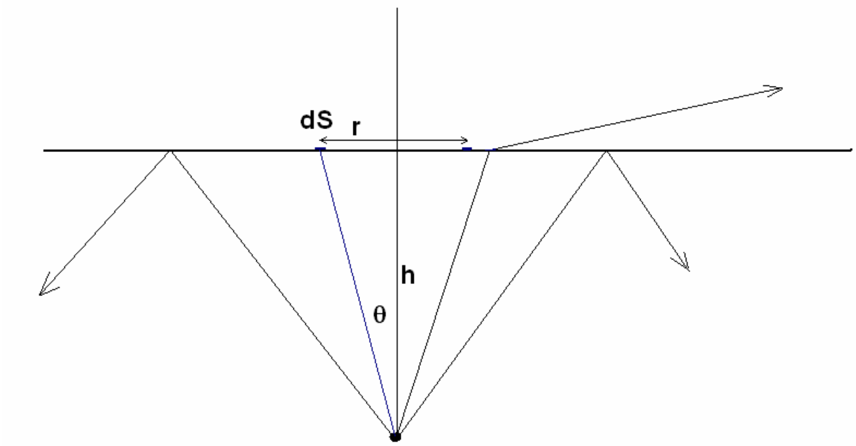
Pri prehodu med dvema sredstvoma se produkt lomnega količnika in sinusa kota ohranja. Lahko si mislimo, da je nehomogena debela plošča sestavljena iz množice tankih homogenih plošč z malo različnimi lomnimi količniki. Na vsaki meji se ohranja produkt lomnega količnika in sinusa kota, zato je ta produkt po celi debeli plošči enak. V našem primeru to pomeni, da je $\sin\alpha = n_1\sin\beta = n_2\sin\gamma = \sin\delta$. Velja torej $\beta = 36^0$, $\gamma = 26^0$ in $\delta = \alpha = 45^0$.
Več dela bo z računanjem razdalje s. Vzemimo interval med y in y+dy. Na tem intervalu je loimni količnik n(y), kot θ med smerjo curka in navpičnico pa je podan z enačbo $n(y)\sin\theta = \sin\alpha$. Na tem intervalu je premik curka v smeri osi x, ki ga označimo z ds, enak $ds = dy\text{tg}\theta$. Iz enačbe, s katero je podan $\sin\theta$ izračunamo

tgθ: $tg\theta = \dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{n(y)^2 - \sin^2\alpha}}$. Premik curka je enak $s = \int_0^d \dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{n(y)^2 - \sin^2\alpha}} dy$.

Integral izračunamo z uvedbo nove spremenljivke φ z enačbo n(y) = sinαchφ. Pri tem dobimo $s = \dfrac{d\sin\alpha}{n_2 - n_1} \ln\left(\dfrac{n_2 + \sqrt{n_2^2 - \sin^2\alpha}}{n_1 + \sqrt{n_1^2 - \sin^2\alpha}} \right) = 1{,}18\ cm$.

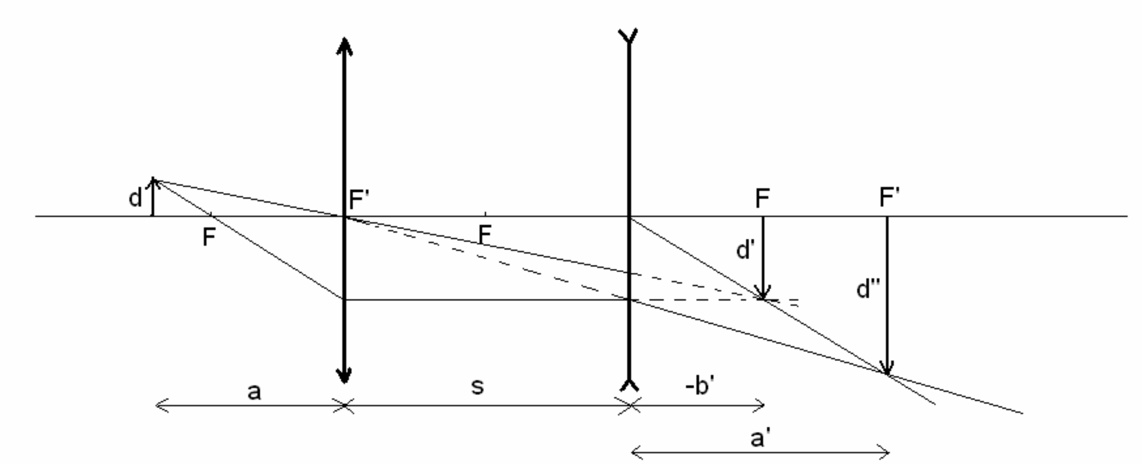
*Dobljena enačba velja, ko je $n_2 > n_1$ pa tudi, ko je $n_2 < n_1$. V primeru, ko je plošča homogena ($n_2 = n_1 = n$), je treba izračunati limito izraza, ko gre $n_1 \to n_2$. Pri tem dobimo znan izraz $s = d tg\beta = d \dfrac{\sin\alpha}{\sqrt{n^2 - \sin^2\alpha}}$.

8. Voda je globoka h = 2m. Na dnu je majhno svetilo, ki oddaja energijski tok P_0 enakomerno v zgornjo polovico prostora. Kolikšen energijski tok izhaja iz vode neposredno od svetila?



Svetloba izhaja iz vode le, dokler je kot θ manjši od kota totalnega odboja θ_m. Svetilo seva enakomerno v prostorski kot $\Omega_0 = 2\pi$. Izračunajmo prostorski kot Ω, ki ustreza krogu na površju vode, iz katerega izhaja svetloba. Zanemarili bomo dejstvo, da v bližini kota totalnega odboja odbojnost površine močno naraste in predpostavili, da se vsa svetloba, ki zadene omenjeni krog, lomi v zrak. Krog razdelimo na kolobarje z debelino dr. Kolobar s polmerom r in debelino dr ima ploščino dS = 2πrdr. Oddaljenost od svetila je enaka $\sqrt{r^2 + h^2}$, ploskev pa je nagnjena proti zvetnici do svetila za kot θ, zato ji ustreza prostorski kot $d\Omega = \dfrac{dS\cos\theta}{r^2 + h^2}$. Izrazimo r s kotom θ, r = htgθ, in izračunajmo Ω. Pri tem dobimo $\Omega = 2\pi(1 - \cos\theta_m)$. Energijski tok P, ki izhaja iz vode neposredno od svetila, je enak $P = P_0(\Omega/\Omega_0) = P_0(1 - \cos\theta_m) = 0{,}34P_0$.

9. Zbiralna leča z gorišćno razdaljo f = 10 cm in razpršilna leča z goriščno razdaljo f' = - 20 cm ležita na skupni osi v medsebojni razdalji s = 20 cm. Svetlo telo velikosti d = 2 cm je oddaljeno a = 15 cm od zbiralne leče? Kje nastane slika, kakšna je in kolikšna je?



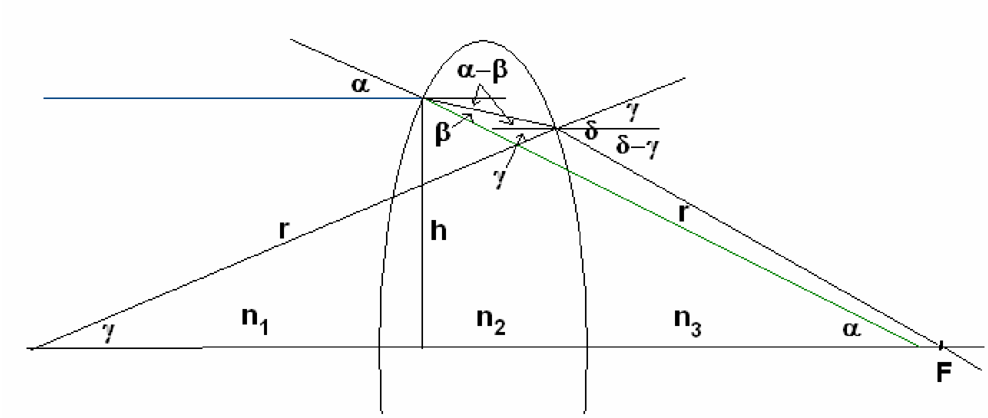
Najprej izračunamo, kje bi nastala slika in, kolikšna bi bila, če bi imeli samo zbiralno lečo. Uporabimo enačbo leče in dobimo b = 30 cm, velikost slike pa je d' = 4 cm. Prava in obrnjena slika bi nastala v večji razdalji, kot leži razpršilna leča. Upoštevamo obrnljivost žarkov. Lega, kjer bi se podaljški vpadnih žarkov za razpršilno lečo zbrali, predstavlja »navidezno sliko« razpršilne leče. Razdalja b' je enaka b' = -(b - s) = -10 cm. Uporabimo enačbo leče za razpršilno lečo in izračunajmo lego »predmeta«. Dobimo a' = 20 cm. Na tem mestu se žarki zberejo, zato dobimo tu v resnici pravo in obrnjeno sliko. Ker je a' = 2|b'|, je prava slika (»predmet«) dvakrat večja od »navidezne slike«. Velika je d'' = 2d' = 8 cm.

10. Za spreminjanje širine svetlobnega curka lahko uporabimo (a) dve zbiralni leči z goriščnima razdaljama f_1 in f_2, ali pa (b) zbiralno lečo z goriščno razdaljo f_1 in razpršilno lečo z goriščno razdaljo f_2. Kolikšna je v obeh primerih razdalja med lečama? Kolikšno je razmerje med premerom izstopajočega curka d_2 in premerom vstopajočega curka d_1?

V primeru (a) gorišči zbiralnih leč sovpadata. Razdalja med lečama je $f_1 + f_2$. Razmerje d_2/d_1 je enako f_2/f_1.

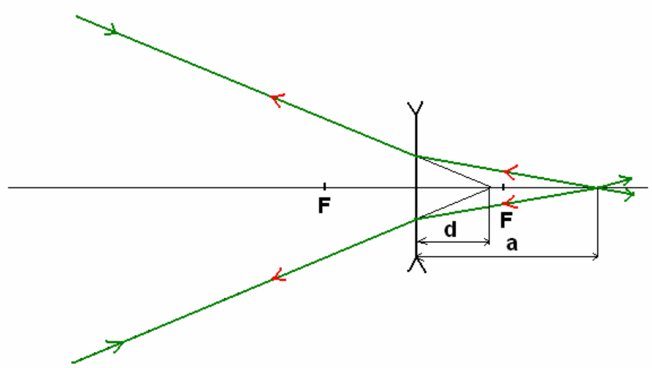
V primeru (b) mora sovpadati gorišče zbiralne leče in gorišče razpršilne leče na nasprotni strani. Razdalja med lečama je $f_1 – |f_2|$, razmerje d_2/d_1 pa je enako $|f_2|/f_1$. V tem primeru se curek svetlobe, ki vstopa skozi zbiralno lečo in izstopa skozi razpršilno leči, zoži. Če želimo curek svetlobe razširiti, ga moramo poslati v nasporotni smeri.

11. **Tanka bikonveksna steklena leča (n = 1,5) ima enaka krivinska polmera $r_1 = r_2 = r = 10$ cm. Na eni strani leče je zrak, na drugi strani pa voda (n = 1,33). V zraku zadene lečo curek vzporednih žarkov, ki so vzporedni z osjo leče. Kako daleč od leče se zberejo žarki v vodi?**



Vzemimo, da je pred vstopom žarka v lečo lomni količnik n_1, v leči lomni količnik n_2, po izstopu iz leče pa lomni količnik n_3. Predpostavimo, da je leča tanka in, da so koti majhni. Tedaj dokaj dobro velja $\alpha = \gamma = h/r$. Zapišimo lomni zakon pri vstopu žarka v lečo: $n_1\alpha = n_2\beta$. Velja $\beta = (n_1/n_2)\alpha$. Vpadni kot žarka na drugem površju leče je enak $\alpha - \beta + \gamma = 2\alpha - \beta = \alpha[2 - (n_1/n_2)]$. Zapišimo še lomni zakon na drugem površju leče: $n_2\alpha[2 - (n_1/n_2)] = n_3\delta$. Lomni kot δ na drugem površju leče je enak $\delta = \alpha[2(n_2/n_3) - (n_1/n_3)]$. Oddaljenost gorišča F od leče izračunamo po enačbi $h/f = d\text{-}g = \alpha[2(n_2/n_3) - (n_1/n_3) - 1]$. Upoštevamo, da je $a = h/r$ in dobimo $1/f = (1/r)[2(n_2/n_3) - (n_1/n_3) - 1]$. V primeru, ko je $n_1 = n_3$, dobimo znano enačbo $1/f = [(n_2/n_1) - 1](2/r)$. V našem primeru je $n_1 = 1$, $n_2 = 1{,}5$ in $n_3 = 1{,}33$. Pri tem dobimo $f = 2{,}0r = 20$ cm.
*Če bi curek poslali v nasprotni smeri, bi se zbral zraku v v razdalji 15 cm od leče.

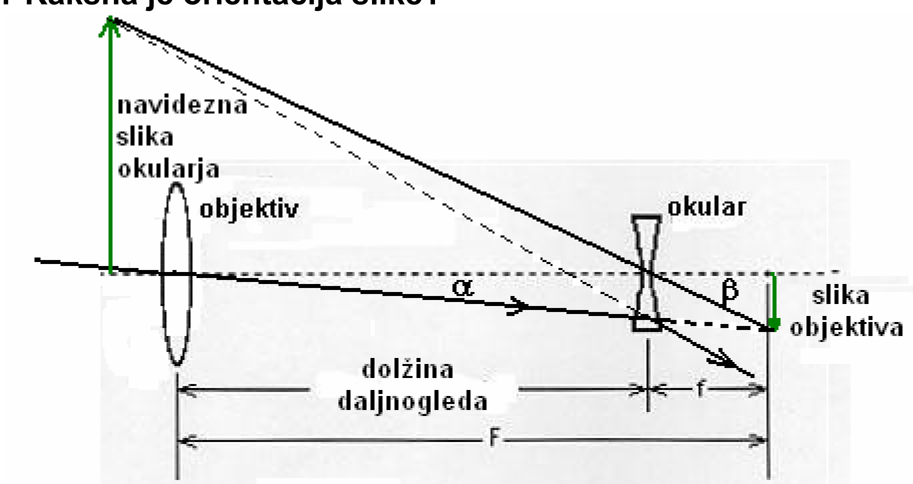
12. Na razpršilno lečo z goriščno razdaljo f pada konvergenten snop svetlobe, ki bi se zbral, če ne bi bilo loma na leči, v točki na osi, ki je za razdaljo d oddaljena od leče. Kaj se zgodi s snopom po lomu na leči?



Ločimo dva primera.
Ko je $d<|f|$, se snop zbere v točki na osi na isti strani leče, kot bi se zbral, če loma na leči ne bi bilo. Lego te točke lahko izračunamo z enačbami za preslikavo z razpršilno lečo, če upoštevamo, da so smeri žarkov obrnjene. Točka, kjer bi se zbral snop brez loma na leči ustreza navidezni sliki ($b = -d$), točka, kjer se snop zares zbere pa predmetu. Iz enačbe leče, $1/a - 1/d = -1/|f|$, sledi $a = d|f|/(|f|-d)$.

Snop se torej zbere v razdalji a od leče. Ko gre $d \to |f|$, gre $a \to \infty$. Na drugi strani leče dobimo vzporeden curek svetlobe.
Ko je $d>|f|$, leča curek razprši. Podaljški žarkov se sekajo v točki na osi, ki je od leče oddaljena za $a = d|f|/(d-|f|)$. To razdaljo izračunamo tako, da obravnavamo lom poljubnega žarka iz snopa na leči in ugotovimo, kje njegov podaljšek seka os leče. V primeru vzporednih žarkov ($d \to \infty$) se podaljški žarkov sekajo v gorišču.
*Oba primera opišemo z enačbo $1/a + 1/(-d) = 1/f$. V primeru, ko je $d<|f|$ ja $a>0$ in se curek svetlobe zbere v točki na osi, ki je oddaljena od leče za razdaljo a in leži na drugi strani leče od vpadnega curka. Ko je $d>|f|$, je $a<0$. Leča curek razprši. Sečišče podaljškov razpršenih žarkov leži na osi leče na strani vpadnega curka in je od leče oddaljeno za razdaljo $|a|$.
**Na enak način ugotovimo, kje nastane slika v sistemu zbiralne in razpršilne leče, če bi prava slika zbiralne leče nastala za razpršilno lečo.

13. Galilejev daljnogled sestavljata zbiralna in razpršilna leča. Objektiv je zbiralna leča z daljšo goriščno razdaljo F, okular pa razpršilna leča s krajšo goriščno razdaljo f. Kolikšna je razdalja med lečama? Kolikšna je povečava daljnogleda? Kakšna je orientacija slike?



Skozi okular opazujemo navidezno sliko predmeta v veliki oddaljenosti. Na osnovi prejšnjega zgleda ugotovimo, da dobimo tako sliko, ko je razdalja d med razpršilno lečo in mestom, kamor predmet preslika objektiv, malo večja od velikosti goriščne razdalje okularja $|f|$. Razdalja med lečama (dolžina daljnogleda) je torej približno enaka $F - |f|$. Vrh slike objektiva (brez upoštevanja loma žarkov na okularju) in vrh navidezne slike okularja povezuje daljica skozi teme okularja. Navidezno sliko okularja vidimo pod kotom β, $\beta \approx y/|f|$. Tu je y velikost slike objektiva. S prostim očesom vidimo predmet pod kotom α, $\alpha = y/F$. povečava daljnogleda je enaka $\beta/\alpha = F/|f|$. Navidezna slika, ki jo opaztujemo skozi okular, je enako obrnjena kot predmet (pokončna).