1. Nosilec v mikroskopu na atomsko silo ima dolžino l =100 μm, širino b = 10 μm in debelino a = 2 μm. Narejen je iz silicija s prožnostnim modulom E = 5 10^{10} N/m^2. Ocenimo velikost termičnega nihanja konca nosilca pri T = 300 K.

Prožnostna konstanta nosilca k* je razmerje med prečno silo F in premikom konca nosilca s. Enaka je $k^* = F/s = (Eb/4)(a/l)^3 = 1$ N/m. Prožnostna energija deformiranega nosilca je enaka $W_{pr} = k^*s^2/2$. Pri izračunu velikosti termičnega nihanja uporabimo ekviparticijski izrek, $k^*\langle s^2\rangle/2 = kT/2$ in izračunamo kvadratni koren iz povprečnega kvadrata odmika konca nosilca: $\sqrt{<s^2>} = \sqrt{\frac{kT}{k^*}} = 64\,pm.$

*Zaradi termičnih fluktuacij nosilcev je ločljivost mikroskopov na atomsko silo v smeri deformacije nosilca nekaj desetin nm.

**Z merjenjem frekvenčnega spektra termičnih fluktuacij se določa prožnostna konstanta nosilca.

2. Ocenimo hitrost termičnega gibanja prašnega delca v zraku in jo primerjajmo s hitrostjo, s katero delec pada zaradi teže in viskoznosti zraka. Delec naj ima obliko krogle s polmerom 1 μm in gostoto 1 kg/dm^3. Viskoznost zraka je 1,73 10^{-5} Ns/m^2.

Hitrost padanja delca zaradi teže, ki ji nasprotuje viskozni upor, je enaka $v = 2\rho r^2 g/9\eta = 0{,}13$ mm/s.

Hitrost termičnega gibanja izračunamo z ekviparticijskim izrekom: $m\langle v^2\rangle/2 = 3kT/2$. Izračunajmo kvadratni koren iz povprečnega kvadrata hitrosti pri temperaturi 300 K. Enak je $\sqrt{<v^2>} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = 1{,}7\ mm/s.$

3. Ocenimo število molekul v mm^3 in razdaljo med sosednjimi molekulami v zraku pri tlaku 1 bar in temperaturi 22 ^{0}C. .

Uporabimo splošni plinski zakon v mikroskopski obliki, p = nkT, in izračunajmo število molekul: $N = nV = pV/kT = 2{,}47\ 10^{16}$.

Pri oceni razdalje med molekulami si mislimo, da je prostor razdeljen na kocke s stranico a in, da je v vsaki kocki ena molekula. Razdalja med sosednjima molekulama je ravno a. Prostornina kocke je enaka prostoru, ki odpade na eno molekulo: $a^3 = V/N = 1/n = kT/p$. Iz tega sledi a = 3,4 nm. Ta razdalja je približno desetkrat krajša od povprečne poti in dobrih desetkrat večja od dimenzije molekul.

4. Ocenimo velikost atoma aluminija. Masno število aluminija je 27, gostota pa 2,7 kg/dm^3.

V kosu aluminija z maso 27 kg je Avogadrovo število atomov. Prostornina tega kosa aluminija je $V = m/\rho = 10^{-2}$ m^3. Če si zopet predstavljamo, da so atomi aluminija zloženi v kocke s stranico a, velja $a = \sqrt[3]{V/N_A} = 0{,}25\ nm.$ V trdni snovi so atomi tesno zloženi drug ob drugem, zato je približno tolikšna tudi velikost atoma.

5. Ocenimo, pri katerem tlaku je pri 22 ^{0}C povprečna prosta pot molekul v plinu 1 cm. Za premer molekul vzemimo d = 0,3 nm.

Tlak bomo ocenili iz zveze $\bar{l} \approx \frac{kT}{p\pi d^2}$. Enak je p = 1,4 Pa.

6. Enaki kroglasti delci z gostoto ρ = 1,05 kg/dm^3 plavajo v vodi. V ravnovesju je koncentracija teh delcev je v višini h = 1 dm nad dnom desetkrat manjša, kot pri dnu. Kolikšen je premer teh delcev? Temperatura vode je 295 K.

V ravnovesju je koncentracija drobnih delcev, ki se ne usedejo na dno, v odvisnosti od višine z enaka $c(z) = c(0)e^{-z/z^*}$, pri čemer je $z^* = kT/V(\rho-\rho_0)g$. Tu je ρ_0 gostota vode, V pa prostornina delca. Iz zveze c(h) = 0,1c(0) izračunamo z*: z* = h/ln10 = 4,3 cm. Iz znanega z* izračunamo prostornino delca in potem njegov premer d. Ta je enak 70 nm.

7. V toplotno izolirani posodi s prostornino V je argon pri tlaku p_1 = 1,2 bar in pri temperaturi T_1 = 200 K. V drugi toplotno izolirani posodi s prostornino 2V je dušik pri tlaku p_2 = 0.3 bar in temperaturi T_2 = 300 K. Posodi sta povezani z ventilom, ki je v začetku zaprt. Ventil odpremo. Kolikšna je temperatura in kolikšen je tlak v posodah, ko se vzpostavi ravnovesje?

Ko se vzpostavi ravnovesje, so atomi oziroma.. molekule obeh plinov enakomerno porazdeljeni po obeh posodah. Najprej izračunajmo število argonovih atomov: $N_1 = n_1V = p_1V/kT_1$. Število dušikovih molekul je enako $N_2 = p_2 2V/kT_2$. Razmerje N_1/N_2 je enako 3. V ravnovesju je delni tlak argona enak $p_1' = (N_1/3V)kT = (p_1/3)(T/T_1)$. Tu je T temperatura v posodah, ko se vzpostavi ravnovesje. Delni tlak dušika je enak $p_2' = (N_2/3V)kT = (2p_2/3)(T/T_2)$. Izračunati moramo še temperaturo T. Plina nista opravila dela niti prejela toplote. Zato je notranja energija nespremenjena: $\frac{3kT_1}{2}N_1 + \frac{5kT_2}{2}N_2 = \frac{3kT}{2}N_1 + \frac{5kT}{2}N_2$.

Temperatura je enaka $T = \frac{3T_1N_1 + 5T_2N_2}{3N_1 + 5N_2} = 236K$. Tlak v posodah je enak

$p = p_1' + p_2'$ = 0,63 bar.

8. Pri zgledih iz fizike tekočin smo obravnavali centrifugo. Ugotovili smo, da je delo, ki je potrebno, da delec s prostornino V in gostoto ρ, ki je večja od gostote tekočine v cevki, premaknemo od dna cevke, katerega oddaljenost od osi vrtenja je R, na mesto, ki je od osi oddaljeno za r (r<R), enako $A = (\rho - \rho_0)V\omega^2(R^2 - r^2)/2$. Tu je ρ_0 gostota tekočine. Vzemimo, da so ti delci molekule z maso kilomola M in, da je tekočina voda s sobno temperaturo 22 ^{0}C. Centrifuga naj se vrti s frekvenco 250 Hz. Oglejmo si, pri kateri masi M je koncentracija molekul v oddaljenosti r = 5cm od osi dvakrat manjša, kot na dnu cevke (R = 10 cm). Za gostoto molekul vzemimo r = 1,25 kg/dm^3.

Tudi v tem primeru računamo z Maxwell-Boltzmannovo porazdelitvijo. Za energijo molekule vzamemo delo, ki bi ga opravili pri premiku molekule z dna cevke do razdalje r: $W = (\rho - \rho_0)V\omega^2(R^2 - r^2)/2 = m(1 - \rho_0/\rho)\, \omega^2(R^2 - r^2)/2$. Tu je m masa molekule. Koncentracija molekul v odvisnosti od r je enaka $c(r) = c(R)e^{-\frac{W}{kT}}$. Koncentracija c(r) je enaka 0,5c(R), ko je $W = kT\ ln2$. Enačbo pomnožimo z Avogadrovim številom in dobimo $M(1 - \rho_0/\rho)\, \omega^2(R^2 - r^2)/2 = RT \ln 2$. Iz te enačbe izračunamo maso kilomola M: M = 920 kg/kmol.

9. Plin izhaja iz posode, v kateri je temperatura T, skozi majhno odprtino. Kolikšna je povprečna translacijska kinetična energija izhajajočih molekul?
V posodi s prostornino V naj bo zaprtih N_0 molekul. Oglejmo si molekule, katerih hitrost v smeri osi x, ki jo usmerimo pravokotno na odprtino, je med v_x in $v_x + dv_x$. Število teh molekul označimo z $dN(v_x, v_x+dv_x)$. To število zapišemo tudi kot $dN(v_x, v_x+dv_x) = N_0w(v_x)dv_x$. Tu je $w(v_x)$ porazdelitev molekul po hitrosti v smeri osi x: $w(v_x) = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}}e^{-\frac{mv_x^2}{2kT}}$.. Število teh molekul dN, ki v času Δt uidejo skozi odprtino je enako $dN = (Sv_x\Delta t/V)dN(v_x, v_x+dv_x) = Sv_x\Delta tnw(v_x)dv_x$. Tu je $n = N_0/V$ število molekul na enoto prostornine. Celotno število ΔN molekul, ki v času ΔT uidejo skozi odprtino je enako $\Delta N = nS\Delta t\int_0^\infty v_x w(v_x)dv_x = nS\Delta t\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}} = \frac{1}{4}nS\Delta t\bar{v}$.

Tu je $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$ povprečna velikost hitrosti molekule v posodi.
Izbrane molekule iz intervala hitrosti med v_x in $v_x + dv_x$ odnesejo s seboj energijo $dW = W_kdN$, pri čemer je $W_k = mv_x^2/2 + mv_y^2/2 + mv_z^2/2$. Prvi člen je določen s hitrostjo v izbranem intervalu, drugi in tretji pa se razlikujeta od molekule do molekule, zato bomo pri velikem številu molekul vzeli njuno povprečno vrednost, ki je za oba člena skupaj enaka kT. Translacijska kinetična energija molekul, ki v času Δt uidejo skozi odprtino je enaka
$\Delta W = \int W_k dN = nS\Delta t\int_0^\infty\left(\frac{mv_x^2}{2} + kT\right)v_x w(v_x)dv_x = 2kT\Delta N$. Povprečna translacijska kinetična energija izhajajočih molekul je torej enaka $\overline{W} = \frac{\Delta W}{\Delta N} = 2kT = \frac{4}{3}\overline{W_k}$.
Skozi odprtino torej uide več hitrih molekul kot počasnih, zato je tudi njihova povprečna kinetična energija večja od povprečne translacijske kinetične energije molekule v posodi.

10. Plin je v ravnovesju pri temperaturi T. Kolikšen delež molekul ima kinetično energijo manjšo od 0,04 kT?

Molekula z energijo 0,04 kT ima hitrost v_0, $mv_0^2/2$ = 0,04 kT. Delež molekul $\Delta N/N_0$, ki imajo hitrosti v intervalu med v_1 in v_2 je enak $\frac{\Delta N}{N_0} = \int_{v_1}^{v_2} w(v)dv$, pri čemer je $w(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi v^2 e^{-\frac{mv^2}{2kT}}$. V našem primeru je tudi pri največji hitrosti v_0 eksponentni člen približno 1 (natančneje 0,96), zato bomo v prvem približku računali, kot da je $w(v) \approx \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} 4\pi v^2$. Če želimo, lahko popravke izračunamo z razvojem eksponentnega člena v Taylorjevo vrsto. Delež molekul, ki imajo hitrost manjšo od v_0 je enak $\frac{\Delta N}{N_0} = \int_0^{v_0} w(v)dv \approx \frac{4}{3\sqrt{\pi}}\left(\frac{mv_0^2}{2kT}\right)^{3/2} = 6\,10^{-3}$.
Likšen je tudi delež molekul, ki imajo v nekem trenutku kinetično energijo manjšo od 0,04 kT.

11. Pri nizkih nadmorskih višinah je razmerje števila kisikovih molekul (M_k = 32 kg/kmol) in števila dušikovih molekul (M_d = 28 kg/kmol) v m^3 zraka enako 0,268. Izračunajmo to razmerje v višini 5 km ob predpostavki, da je atmosfera izotermna s temperaturo 273 K.

Število molekul plina na enoto prostornine v višini z, n(z), je povezano s številom molekul plin ob površju zemlje n(0) na naslednji način: $n(z) = n(0)e^{-\frac{Mgz}{RT}}$.Razmerje števila kisikovih molekul in števila dušikovih molekul na enoto prostornine pa se z višino spreminja takole: $\frac{n_k(z)}{n_d(z)} = \frac{n_k(0)}{n_d(0)}e^{-\frac{(M_k - M_d)gz}{RT}}$. V višini 5 km je to razmerje enako $\frac{n_k(5km)}{n_d(5km)} = 0{,}245$.