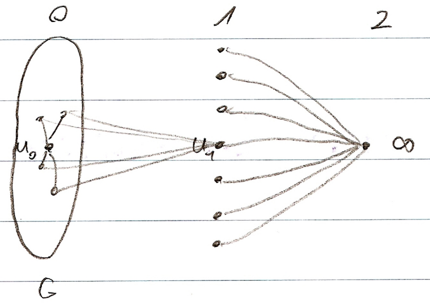
KONSTRUKCIJA MYCIELSKEGA

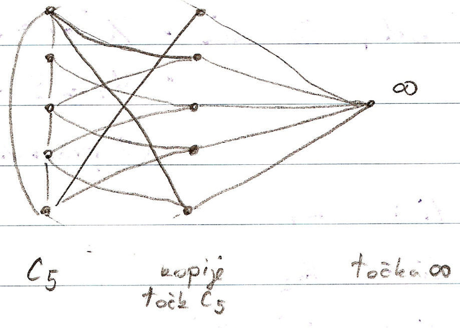
$V(M(G)) = (V(G) \times \mathbb{Z}_2) \cup \{\infty\}$

$E(M(G)) = \{(u,0)(v,0),\ (u,0)(v,1);\ uv \in E(G)\} \cup \{(v,1)\infty;\ v \in V(G)\}$



G ima vsaj eno povezavo

ZGLED: $G = C_5$



$\chi(C_5) = 3$, $\omega(C_5) = 2$

$\chi(M(C_5)) = 4$, $\chi(M(M(C_5))) = 5$, ...

$\omega(M(G)) = \omega(G)$ velikost maksimalne klike

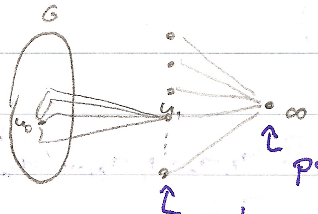
$\chi(M(G)) = \chi(G) + 1$

Vzamemo maksimalno kliko v G in izberemo eno njeno točko u. Kopija te točke v konstrukciji Mycielskega je povezana z vsemi sosedi točke u v G. S tem se klika ne poveča. Točka ∞ pri tem ne vpliva.

$\chi(G) = k$. u_1 (kopije) so pobarvane z istimi barvami kot u_0 (originali). Točko ∞ pobarvamo z novo barvo.

$\Rightarrow \chi(M(G)) \leq k+1$.

Recimo $\chi(M(G)) = k$.



pobarvamo z barvo a

pobarvamo z barvami različnimi od a

Barve kopij so enake barvam originalov. Iz G lahko zato odstranimo barvo $a \Rightarrow \chi(G) = k-1 \nrightarrow \chi(G) = k$.

(u_0 pobarvana a, u_1 pa ni, niti nobeden od sosedov u_0 ni pobarvan z a. Zato lahko zamenjamo barvo u_0 z barvo u_1.)

DN: Če je G k-kritičen graf, je $M(G)$ $(k+1)$-kritičen graf.

DEF

G je k-kritičen graf, če velja
- $\chi(G) = k$
- $\forall e \in E(G): \chi(G-e) < k$

($\forall$ podgraf H grafa G velja $\chi(H) < k$)

1-kritični grafi: K_1

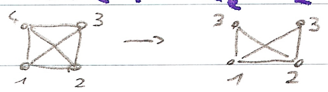
2-kritični grafi: K_2

3-kritični grafi: lihi cikli $\quad$ G 3-kritičen, $\chi(G)=3$. G ima lih cikel,

Recimo $G \neq C$, $e \in E(G) \setminus E(C)$. Še vedno $\chi(G) = 3 \nrightarrow$ G 3-kritičen

Kateri je najmanjši k-kritičen graf?

k-kritičen graf ima vsaj $\geq k$ točk. K_k k-kritičen graf.



Naj bo G k-kritičen graf. $\delta(G) = ?$ $\delta(G) \geq k-1$

Ali se lahko zgodi, da je $\delta(G) = k-2$.

Odstranimo točko, katere stopnja je $k-2$. Graf sedaj lahko pobarvamo s $k-2$ barvami. Vrnemo to točko in ostane le še ena barva. Torej graf pobarvamo s $k-1$ barvami. $\rightarrow\!\leftarrow$

Pokaži, da ne obstaja k-kritičen graf na $k+1$ točkah. $k \geq 4$.

$k=3$: ni lih cikel na 4 točkah