$R(m,n) \leq \binom{m+n-2}{m-1}$

Indukcija:

velja: $R(m-1,n) \leq \binom{m-1+n-2}{m-1-1} = \binom{m+n-3}{m-2}$

$\binom{m}{n+1} + \binom{m}{n} = \binom{m+1}{n+1}$

velja: $R(m,n-1) \leq \binom{m+n-1-2}{m-1} = \binom{m+n-3}{m-1}$

Vemo $R(m,n) \leq R(m-1,n) + R(m,n-1) \leq \binom{m+n-3}{m-2} + \binom{m+n-3}{m-1} =$

$= \binom{m+n-2}{m-1}$ ✓

Velja $R(d,d) > 2^{\frac{d}{2}}$, $d \geq 3$

$R(d,d) \leq 2^{2d-3}$, $d \geq 2$

$R(m_1, m_2, \ldots, m_k) = N$

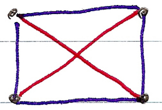
Uporabimo drugo definicijo (barvanje klik)

Velja $R(m_1, m_2, \ldots, m_k) \leq R(m_1-1, m_2, \ldots, m_k) + R(m_1, m_2-1, m_3, \ldots, m_k) +$

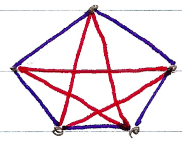
$+ R(m_1, m_2, \ldots, m_k-1)$

$R(3,3) = ?$

igra Sim



$\Rightarrow \quad 4 < R(3,3) \leq 6$



$\Rightarrow 5 < R(3,3) \Rightarrow \underline{R(3,3) = 6}$

$\underline{R(1,n) = 1}$ $\quad n \geq 1$ $\quad$ Vedno imamo točko.

$\underline{R(2,n) = n}$ $\quad$ Prazen graf na $n-1$ točkah.
Nimamo 2-klike niti n-antiklike.

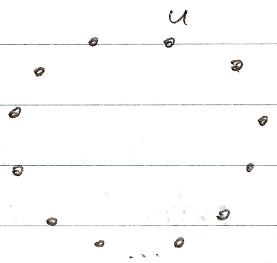
$\underline{R(m,n) = R(n,m)}$ $\quad$ Obravnavamo G in $\bar{G}$.

IZREK

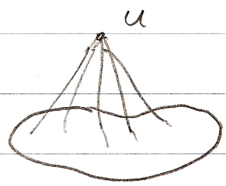
Ramseyjeva števila obstajajo in velja $R(m,n) \leq R(m-1,n) + R(m,n-1)$, $m,n \geq 2$

DOKAZ

$N = R(m-1,n) + R(m,n-1)$, $\quad N$ točk v ravnini



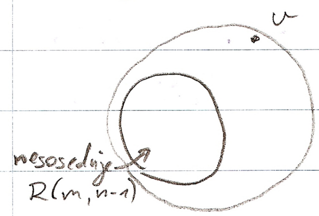
Izberemo poljubno točko u, za katero velja $d(u) \geq R(m-1,n)$.



Če graf sosedov točke u vsebuje antikliko na n točkah, smo končali.

Če pa graf sosedov točke u vsebuje kliko na $m-1$ točkah, dodamo u in dobimo kliko na m točkah.

Sedaj izberemo točko v, za katero velja $d_G(v) < R(m-1,n)$.
$\Rightarrow d_{\bar{G}}(v) \geq R(m,n-1)$. Ponovimo prejšnji razmislek na $\bar{G}$.



Med nesosedi v obstaja klika velikosti m ali pa antiklika velikosti $n-1$. Dodamo v in dobimo antikliko velikosti n.

$\Rightarrow \quad R(m,n) \leq R(m-1,n) + R(m,n-1)$. $\quad \square$

$R(m,n) \leq \binom{m+n-2}{m-1}$

Indukcija:

velja: $R(m-1,n) \leq \binom{m-1+n-2}{m-1-1} = \binom{m+n-3}{m-2}$ $\binom{m}{n+1}+\binom{m}{n}=\binom{m+1}{n+1}$

velja: $R(m,n-1) \leq \binom{m+n-1-2}{m-1} = \binom{m+n-3}{m-1}$

Vemo $R(m,n) \leq R(m-1,n) + R(m,n-1) \leq \binom{m+n-3}{m-2} + \binom{m+n-3}{m-1} =$
$= \binom{m+n-2}{m-1}$ ✓

Velja $R(d,d) > 2^{\frac{d}{2}}$, $d \geq 3$
$R(d,d) \leq 2^{2d-3}$, $d \geq 2$

$R(m_1, m_2, \dots, m_k) = N$
Uporabimo drugo definicijo (barvanje klik)

Velja $R(m_1, m_2, \dots, m_k) \leq R(m_1-1, m_2, \dots, m_k) + R(m_1, m_2-1, m_3, \dots, m_k) +$
$+ R(m_1, m_2, \dots, m_k-1)$