

Diskretne strukture 1 (IŠRM): 2. izpit

6. marec 2014

Čas reševanja je 90 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

Ime in priimek

1	
2	
3	
4	
Σ	

Sedež (2.01)

Vpisna številka

1. naloga (25 točk)

Definirajmo tromestni logični veznik $\Delta(p, q, r)$ kot

$$\Delta(p, q, r) \equiv p \oplus (q \vee r).$$

a) Dokaži, da $\{\Delta\}$ ni poln nabor.

b) Dokaži, da je $\{\Delta, \Rightarrow\}$ poln nabor.

c) S pomočjo veznikov Δ in \Rightarrow izrazi veznik \Leftrightarrow .

d) Izrazi veznik Δ s pomočjo veznikov \neg in \Rightarrow .

2. naloga (25 točk)

Pokaži, da za poljubne množice A, B, C velja

$$C \subseteq A \cup B \wedge A \cap B = \emptyset \Rightarrow A \cap C = C \setminus B.$$

3. naloga (25 točk)

Na množici $S \subseteq \mathbb{R}$ definiramo dvomestno relacijo

$$x \leq_S y \Leftrightarrow \exists a, b \in \mathbb{Z} : \exists c, d \in \mathbb{N} : (x = a/c \wedge y = b/d \wedge a \perp_0 c \wedge b \perp_0 d \wedge a \leq b \wedge d \leq c),$$

kjer $u \perp_0 v$ pomeni, da sta si števili u in v tuji oziroma je eno od njiju enako 0.

Namig 1: Za števili $x, y \in S$ velja $x \leq_S y$ natanko tedaj, ko lahko števili x in y zapišemo kot okrajšana ulomka (pri čemer je predznak del števca) ter je števec števila x manjši ali enak števcu števila y , in imenovalc števila y manjši ali enak imenovalcu števila x .

Namig 2: Posebno pozornost nameni številu 0! Množici \mathbb{N} in \mathbb{N}_0 sta množici naravnih števil brez ničle in z njo.

a) Za vsako od relacij $\leq_{\mathbb{R}}$, $\leq_{\mathbb{Q}}$ in $\leq_{\mathbb{N}_0}$ določi, ali je refleksivna, ali je delna urejenost, ter ali je linearna urejenost.

b) Za delne urejenosti izmed relacij iz prejšnje točke določi minimalne, maksimalne, prve in zadnje elemente.

c) Najdi protiprimer, ki bo pokazal, da $(\mathbb{Q}, \leq_{\mathbb{Q}})$ ni mreža.

4. naloga (25 točk)

Dane so sledeče permutacije iz množice S_6 :

$$\pi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 1 & 5 & 3 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \rho = (1\ 4\ 3\ 6\ 2\ 5), \quad \sigma = (1\ 2\ 4\ 6)(3\ 5)$$

a) Izračunaj produkte $\pi\rho^2$, $\rho\sigma^{-1}$, $\sigma\pi$ in $\sigma^{-1}\rho\pi\sigma\rho^{-1}$.

b) Permutacijam π , ρ , σ , $\pi\rho^2$, $\rho\sigma^{-1}$, $\sigma\pi$ in $\sigma^{-1}\rho\pi\sigma\rho^{-1}$ določi red in parnost.