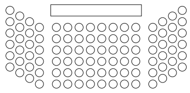
1	
2	
3	
4	
Σ	

Diskretne strukture 1 (IŠRM): 1. kolokvij

13. december 2013

Čas reševanja je 90 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!



Sedež (2.01)

Ime in priimek

Vpisna številka

1. naloga (25 točk)

Definirajmo tromestni logični veznik ifelse(p, q, r) kot

$$\text{ifelse}(p, q, r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (\neg p \Rightarrow r).$$

a) Dokaži, da nabor {ifelse} ni poln.

b) Dokaži, da je nabor $\{0, 1, \text{ifelse}\}$ poln.

c) S pomočjo veznikov 0, 1 in ifelse izrazi veznik $\Leftrightarrow$.

d) Poišči veznik Δ, tako da bo $\{\text{ifelse}, \Delta\}$ poln nabor in $\{\Delta\}$ ne bo poln nabor.

2. naloga (25 točk)

Če je sklep veljaven, ga dokaži, sicer ga ovrzi s protiprimerom.

$$p \Leftrightarrow q, \neg p, \neg(q \Rightarrow r) \vee t, s \vee t \Rightarrow r \models r \wedge \neg q$$

3. naloga (25+5 točk)

Dane so množice A, B in C. Ugotovi, kdaj je sistem enačb v spremenljivki X rešljiv, in v tem primeru najdi rešitev.

$$
\begin{aligned}
X \cap B &\subseteq A \\
X + C &= B \setminus X
\end{aligned}
$$

Za dodatne točke: pogoje za rešljivost in rešitev zapiši v čim enostavnejši obliki (brez uporabe +).

4. naloga (25+5 točk)

Imejmo množico A in relacijo $R \subseteq A \times A$. Podana je sledeča trditev:

Naj bo R antisimetrična relacija. Potem je tudi R^2 antisimetrična relacija.

a) Prepiši zgornji sklep v jezik predikatnega računa. Trditev "elementa $a, b \in A$ sta v relaciji R" lahko pišeš kot $a \; R \; b$.

b) Ali je zgornji sklep splošno veljaven? Če je, ga dokaži, sicer pa najdi protiprimer.

c) Dokaži zgornji sklep ob dodatni predpostavki, da je relacija R tranzitivna. Dokaz je lahko neformalen.
Za dodatne točke: napiši formalen dokaz.