

Diskrete strukture 1 (IŠRM): 2. kolokvij

21. januar 2014

Čas reševanja je 90 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!

Ime in priimek

1	
2	
3	
4	
Σ	

Sedež (2.01)

Vpisna številka

1. naloga (25+10 točk)

Dani sta sledeči relaciji na množici \mathbb{N}_0 naravnih števil z ničlo:

$$x < y \Leftrightarrow x^2 | y \quad \text{in} \quad x \leq y \Leftrightarrow x < y \vee x = y,$$

pri čemer je relacija deljivosti definirana kot $x | y \Leftrightarrow \exists k \in \mathbb{N}_0 : y = kx$.

(a) Ali je relacija $<$ delna urejenost? Ali je relacija \leq delna urejenost? Dokaži.

(b) Določi minimalne, maksimalne, prve in zadnje elemente relacije \leq .

(c) Ali je (\mathbb{N}_0, \leq) mreža? Utemelji.

(d) Dodatna naloga: opiši relacijo \prec neposrednega predhodnika glede na relacijo \leq , tj.

$$x \prec y \Leftrightarrow x \leq y \wedge x \neq y \wedge \forall z : (x \leq z \wedge z \leq y \Rightarrow x = z \vee z = y)$$

(lahko na neformalen način)!

2. naloga (25 točk)

Dane so sledeče permutacije iz množice S_7 :

$$\pi = (1\ 7)(3\ 5\ 6), \quad \rho = (1\ 2\ 4\ 3\ 6)(5\ 7) \quad \text{in} \quad \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 \\ 3 & 6 & 4 & 2 & 1 & 7 & 5 \end{pmatrix}.$$

- (a) Izračunaj produkte $\pi\rho$, $\rho^{-1}\sigma$ in $\sigma\pi^2$.
- (b) Permutacijam π , ρ , σ , $\pi\rho$, $\rho^{-1}\sigma$ in $\sigma\pi^2$ določi red in parnost.
- (c) Najdi sodo permutacijo $\tau \in S_7$ reda 2, tako da bo veljalo $\pi\tau = \tau\pi$.

3. naloga (25 točk)

Koliko naravnih števil na intervalu $[1, 2014]$ je deljivih z natanko enim od števil 22, 26 in 143?

4. naloga (25 točk)

Izračunaj $3^{5^{2014}} \pmod{23}$!¹

¹Pisava x^{y^z} pomeni $x^{(y^z)}$ in ne $(x^y)^z$!