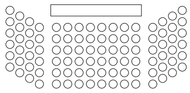
1	
2	
3	
4	
Σ	

Diskretne strukture 1 (IŠRM): 1. izpit

9. februar 2015

Čas reševanja je 90 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!



Sedež (2.01)

Ime in priimek

Vpisna številka

1. naloga (25 točk)

Če je sklep veljaven, ga dokaži, sicer pa ovrzi s protiprimerom.

$$\forall y : (Q(y) \Rightarrow \neg \exists x : P(x,y)),\ \exists y \forall x : (P(y,x) \wedge R(x,y)),\ \forall x : (R(x,x) \Rightarrow Q(x)) \models \forall x \forall y : R(x,y)\ .$$

2. naloga (25 točk)

Definirajmo trimestni logični veznik $\Delta(p,q,r)$ kot

$$\Delta(p,q,r) \equiv p \Leftrightarrow (q \Rightarrow r)$$

a) (8 točk) Dokaži, da $\{\Delta, \oplus\}$ ni poln nabor.

b) (8 točk) Dokaži, da je $\{\Delta, \neg\}$ poln nabor.

c) (9 točk) Z veznikoma Δ in $\neg$ izrazi veznik $\oplus$.

3. naloga (25 točk)

Dane so množice A, B, C ter preslikave $f : A \to B$, $g : B \to C$ in $h : C \to A$.

a) (8 točk) Dokaži: če sta preslikavi $g \circ f$ in $f \circ h$ injektivni, je tudi preslikava $h \circ g \circ f$ injektivna.

b) (8 točk) Dokaži: če sta preslikavi $h \circ g$ in $f \circ h$ surjektivni, je tudi preslikava $h \circ g \circ f$ surjektivna.

c) (9 točk) Dokaži: če sta preslikavi $h \circ g \circ f$ in $f \circ h$ bijektivni, je tudi preslikava g bijektivna.

4. naloga (25 točk)

Na potenčni množici $\mathscr{P}\mathbb{Z}$ množice celih števil (tj., množica podmnožic celih števil) definiramo relacijo $\sim$ s predpisom

$$X \sim Y \iff \exists k \in \mathbb{Z} : ((\forall x \in X : x + k \in Y) \wedge (\forall y \in Y : y - k \in X)) .$$

a) (12 točk) Dokaži, da je $\sim$ ekvivalenčna relacija.

b) (8 točk) Poišči primer ekvivalenčnega razreda, ki vsebuje natanko dva predstavnika.

c) (5 točk) Poišči takšno neskončno množico $W \subseteq \mathbb{Z}$, da bo tudi njen ekvivalenčni razred $[W]$ neskončen.