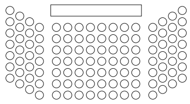
1	
2	
3	
4	
Σ	

Diskretne strukture 1 (IŠRM): 3. izpit

9. september 2015

Čas reševanja je 90 minut. Vse odgovore utemeljite. Veliko uspeha!



Sedež (2.05)

Ime in priimek

Vpisna številka

1. naloga (25 točk)

Poenostavi sledeči izraz. Poenostavljeni izraz naj bo v preneksni obliki, pri čemer naj bo uporabljenih čim manj kvantifikatorjev.

$$\forall x : (P(x) \Rightarrow \forall y : R(x, y)) \Rightarrow \exists a \forall b : (P(a) \Rightarrow R(a, b))$$

2. naloga (25 točk)

Dana je množica $A = \{a, b, c, d\}$ ter relaciji $R, S \subseteq A^2$:

$$R = \{(a,a),(a,d),(b,c),(c,a),(c,c),(c,d)\}$$
$$S = \{(b,a),(b,d),(c,a),(c,c),(d,a),(d,c)\}$$

a) (15 točk) Zapiši relacije $R * S$, $S^{-1} * R^2$ in $R^+ \cap S^*$.

b) (10 točk) Za vsako od relacij R, S, $R * S$, $S^{-1} * R^2$ in $R^+ \cap S^*$ določi, ali je simetrična ter ali je tranzitivna.

3. naloga (25 točk)

Naj bo $P_n(\mathbb{N})$ množica vseh polinomov stopnje največ n z naravnimi koeficienti, in $P(\mathbb{N}) = \bigcup_{n\in\mathbb{N}} P_n(\mathbb{N})$ množica vseh polinomov z naravnimi koeficienti.

Namig: Polinom $p \in P_n(\mathbb{N})$ je oblike $p(x) = \sum_{i=0}^{n} a_i x^i$, kjer so a_i naravna števila.

a) (15 točk) Dokaži, da je za vsako naravno število n množica $P_n(\mathbb{N})$ števna.

b) (10 točk) Dokaži, da je množica $P(\mathbb{N})$ števna.

4. naloga (25 točk)

Na množici $\mathbb{R}^2$ definiramo relacijo

$$(x,y) \sqsubseteq (w,z) \iff x \leq w \wedge y \leq z \wedge x - y \leq w - z.$$

a) (15 točk) Dokaži, da je relacija $\sqsubseteq$ delna urejenost.

b) (10 točk) Določi $\inf\{(x,y),(w,z)\}$ in $\sup\{(x,y),(w,z)\}$ glede na $\sqsubseteq$, če obstajata. Ali je $(\mathbb{R}^2, \sqsubseteq)$ mreža?