

## 2. izpit iz DISKRETNIH STRUKTUR 1 (IŠRM)

24. februar 2016

Priimek in ime: \_\_\_\_\_

Vpisna št.: \_\_\_\_\_ Vrsta: \_\_\_\_\_ Kolona: \_\_\_\_\_

1. (15+10=25 točk) Pokažite, da sta formuli

$$\forall x \forall y : ((P(y) \Rightarrow R(y, x)) \vee Q(x))$$

in

$$\forall x : (\exists y : (R(x, y) \downarrow Q(y)) \Rightarrow \neg P(x))$$

enakovredni. Ali sta formuli logično veljavni?

2. (15+7+8=30 točk) Naj bo  $n \geq 2$  naravno število. Na potenčni množici množice  $M = \{1, 2, \dots, n\} \subseteq \mathbb{N}$  je definirana relacija  $R$  takole:

$$A R B \iff A + B \subseteq \{1, n\}.$$

- (a) Pokažite, da za poljubne množice  $A, B, C$  velja  $A + C \subseteq (A + B) \cup (B + C)$   
(b) Pokažite, da je  $R$  ekvivalenčna relacija.  
(c) Poiščite ekvivalenčne razrede  $\mathcal{P}(M)/R$  za primer  $n = 4$ .
3. (20 točk) Funkcija  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  je definirana s predpisom

$$f(n) = \text{lcm}(n, 6).$$

- (a) Ali je funkcija injektivna, surjektivna, bijektivna?  
(b) Poiščite  $f^{-1}(f(\{2, 4\}))$  in  $f^{-1}(f(\mathbb{N}))$ .  
(c) Poiščite  $f \circ f$ .
4. (25 točk) Za katera realna števila je izpolnjena neenačba

$$\lfloor x + 3 \rfloor + 2 \lceil x + 3 \rceil < 13?$$

Poiščite še vse realne rešitve enačbe

$$\left\lfloor \frac{3 + \lfloor x + 3 \rfloor}{2} \right\rfloor = 7.$$

*Vse naloge je treba ustrezno utemeljiti, samo odgovori ne štejejo nič.*