# 3. izpit iz DISKRETNIH STRUKTUR 1 (IŠRM)

2. september 2016

Priimek in ime: ____________________________________________

Vpisna št.: ________________ Vrsta: ________________ Kolona: ________________

1. (10+15=25 točk)
   (a) Pokažite, da je nabor vezikov $\{\Rightarrow, \oplus\}$ poln.
   (b) Naj bo $A$ sestavljena izjava, ki je resnična natanko tedaj, ko sta resnični največ dve od enostavnih izjav $p, q, r$. Zapišite izjavo $A$ v konjunktivni normalni obliki in v disjunktivni normalni obliki, ki naj bo čim bolj enostavna. Zapišite jo tudi samo z uporabo veznikov iz polnega nabora $\{\Rightarrow, \oplus\}$.

2. (25 točk) Pokažite, da za poljubni množici $A$ in $B$ velja

$$A \setminus B = B \setminus A \quad \Leftrightarrow \quad A = B.$$

   Navodilo: zapišite izjavi na levi strani in desni strani ekvivalence v predikatnem računu in pokažite, da sta enakovredni.

3. (30 točk) Naj bo $\pi = (1\,2\,3)(4\,5\,6) \in S_6$). V množico $S_6$ V množico $S_4$ vpeljemo relacijo $R$ s predpisom

$$\alpha\, R\, \beta \ \text{ natanko tedaj, ko } \ \exists n \in \mathbb{Z} : \alpha\beta^{-1} = \pi^n.$$

   (a) Ugotovite, katerim lastnostim zadošča $R$: refleksivnost, simetričnost, antisimetričnost, tranzitivnost.
   (b) Ali je $R$ ekvivalenčna relacija? Če je, določite ekvivalenčni razred za permutacijo $\alpha = (1\,2\,3\,4\,5\,6)$.
   (c) Pokažite, da so vsi ekvivalenčni razredi, ki jih določa relacija $R$, enako močni. Poiščite takšno permutacijo $\gamma \in S_6$, da bodo ekvivalenčni razredi za relacijo $R$ (definirano s to permutacijo) imeli največje možno število elementov.

4. (20 točk) Dani sta funkciji $f, g : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ s predpisoma

$$f(n) = 9^n \bmod 25 \ \text{ in } \ g(n) = 7^n.$$

   (a) Določite funkciji $f \circ g$ in $g \circ g$ in preverite, ali je katera od njiju injektivna ali surjektivna.
   (b) Izračunajte $(f \circ g)(2016)$.

*Vse naloge je treba ustrezno utemeljiti, samo odgovori ne štejejo nič.*