

Diskretne strukture II – 2. kolokvij

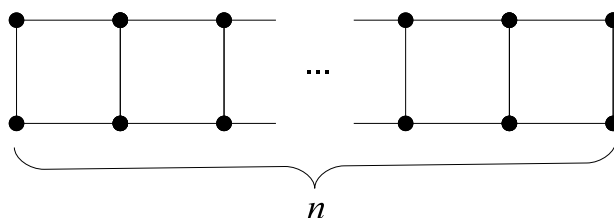
3. junij 2005

1. Naj bo G r -regularen graf. Dokaži trditvi:

- (a) Če ima G liho število točk, je $\chi'(G) = r + 1$.
- (b) Če G vsebuje prerezno točko, je $\chi'(G) = r + 1$.

Nasvet: oglej si množico povezav enake barve.

2. Izračunaj kromatični polinom grafa, sestavljenega iz n kvadratkov kot na naslednji sliki.



3. Naj bo G množica vseh bijektivnih preslikav $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, ki so oblike $f(x) = x + n$ ali $f(x) = -x + n$ za nek $n \in \mathbb{Z}$.

- (a) Dokaži, da je G grupa.
- (b) Izračunaj red elementov grupe G .
- (c) Ugotovi, kateri elementi sestavljajo center grupe G . (Center je množica elementov, ki komutirajo z vsemi elementi grupe.)
- (d) [+10t] Naj bo $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ taka preslikava, da je

$$|f(x) - f(y)| = |x - y|$$

za vse $x, y \in \mathbb{Z}$. Dokaži, da je $f \in G$.

4. V kolobarju \mathbb{Z}_{35} poišči vse rešitve

- (a) kvadratne enačbe

$$x^2 + 7x + 6 = 0$$

- (b) sistema linearnih enačb

$$2x + 3y = 1$$

$$x - 2y = 2$$

Čas reševanja je 100 minut. Vsi odgovori morajo biti utemeljeni.