1. pisni izpit iz diskretnih struktur

Ljubljana, 12. juni 1997

1. Ali je sklep

   $$\forall x : (P(x) \vee Q(x)), \exists x : \neg P(x), \forall x : (Q(x) \Rightarrow R(x)), \neg \exists x : (S(x) \wedge R(x)) \models \exists x : \neg S(x)$$

   splošno veljaven? Če je, sestavi dokaz, sicer navedi protiprimer.

2. Dana je funkcija $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$

   $$f(x) = \begin{cases} x + 7, & x \leq 0 \\ -2x + 5, & 0 < x < 3 \\ x - 1, & 3 \leq x. \end{cases}$$

   Določi funkcijo $f^2(x)$.

3. V kolobarju $(\mathbb{Z}_{24}, +_{24}, \cdot_{24})$ poišči vse rešitve sistema enačb:

   $$\begin{aligned} 4x + 17y &= 9 \\ 6x + 11y &= 3 \end{aligned}$$

   Kolikor rešitev ima ta sistem enačb?

4. Naj bosta e in f poljubni povezavi iz $E(K_5)$, ki nimata skupnega krajišča. Pokaži, da za vsaki par točk u in $v \in V(K_5)$ obstaja Hamiltonova pot v grafu $K_5 - \{e, f\}$ z začetkom v točki u in koncem v točki v.

Čas reševanja 90 minut. Vse naloge so enakovredne. **Vse naloge dobro utemelji!**