1. kolokvij iz diskretnih struktur
Ljubljana, 10. december 1998

1. Induktivni razred $\mathcal{I}$ nad abecedo $\Sigma = \{a, b, c\}$ je podan z bazo B in pravili P_1, P_2, P_3 in P_4.

$$\begin{array}{rcll} B & : & \varepsilon & \\ P_1 & : & X \in \mathcal{I} & \Rightarrow \quad aaXcb \in \mathcal{I} \\ P_2 & : & Xba \in \mathcal{I} & \Rightarrow \quad X \in \mathcal{I} \\ P_3 & : & acX \in \mathcal{I} & \Rightarrow \quad X \in \mathcal{I} \\ P_4 & : & XYZ \in \mathcal{I} & \Rightarrow \quad XZY \in \mathcal{I} \end{array}$$

   (a) Ali besede *abcbaac*, *bcaaca*, *aaabcccb* pripadajo $\mathcal{I}$?

   (b) Ali je opis $\mathcal{I}$ dvoumen?

   (c) Poišči konceptualen opis razreda $\mathcal{I}$.

2. Ali je dani sklep pravilen? Dokaži ali ovrzi.

$$\neg p \vee \neg s \;,\; \neg r \Rightarrow s \;,\; r \Rightarrow (\neg q \Rightarrow t) \;,\; (\neg s \wedge t) \Rightarrow \neg p \quad \models \neg p \vee q$$

3. Izjavna povezava $*$ je definirana na naslednji način:

$$p * q \stackrel{\text{def}}{=} p \uparrow \neg q \Rightarrow 0$$

   (a) Ali je nabor $\{*, \Rightarrow\}$ poln? Kaj pa nabor $\{*, \vee\}$?

   (b) Izjave A_i, $i \in \mathbb{N}$, rekurzivno definiramo z

$$\begin{array}{l} A_1 := a \;, \\ A_k := a * A_{k-1} \quad \text{za } k \geq 2. \end{array}$$

   Čemu je enakovredna izjava A_n?

4. Ali sta dani izjavni formuli enakovredni?

   (a) $\forall x : (A(x) \Rightarrow B(x))$ in $\exists x : A(x) \Rightarrow \forall x : B(x)$

   (b) $\exists x : (C(x) \Rightarrow D(x))$ in $\forall x : C(x) \Rightarrow \exists x : D(x)$

Čas reševanja je 90 minut. Vse naloge so enakovredne.
Vse odgovore dobro utemelji!