Omrežne strukture v resničnem svetu in njihovi mehanični omrežni modeli

Simon Škerjanec

24. maj 2012

Omrežne strukture v resničnem svetu

- Skoraj vsa kompleksna omrežja imenujemo majhni svetovi

Omrežne strukture v resničnem svetu

- Skoraj vsa kompleksna omrežja imenujemo majhni svetovi
- Večina vseh kompleksnih omrežji je brez lestvičnih (scale free)

Omrežne strukture v resničnem svetu

- Skoraj vsa kompleksna omrežja imenujemo majhni svetovi
- Večina vseh kompleksnih omrežji je brez lestvičnih (scale free)
- Večina jih je segmentiranih

Omrežne strukture v resničnem svetu

- Skoraj vsa kompleksna omrežja imenujemo majhni svetovi
- Večina vseh kompleksnih omrežji je brez lestvičnih (scale free)
- Večina jih je segmentiranih

Majhni svetovi

- *koeficient segmentiranosti* $CC(v)$ vozlišča v:

$$CC(v) = \frac{2e(v)}{deg(v)(deg(v) - 1)},$$

Majhni svetovi

- *koeficient segmentiranosti* $CC(v)$ vozlišča v:

$$CC(v) = \frac{2e(v)}{deg(v)(deg(v) - 1)},$$

- *Koeficient segmentiranosti* $CC(G)$ grafa je povprečje vseh skupnih koeficientov njegovih vozlišč.

Majhni svetovi

- *koeficient segmentiranosti* $CC(v)$ vozlišča v:

$$CC(v) = \frac{2e(v)}{deg(v)(deg(v) - 1)},$$

- *Koeficient segmentiranosti* $CC(G)$ grafa je povprečje vseh skupnih koeficientov njegovih vozlišč.
- Prvi mehanistični model je bil podan s strani *Wattsa* in *Strogatza*.

Majhni svetovi

- *koeficient segmentiranosti* $CC(v)$ vozlišča v:

$$CC(v) = \frac{2e(v)}{deg(v)(deg(v)-1)},$$

- *Koeficient segmentiranosti* $CC(G)$ grafa je povprečje vseh skupnih koeficientov njegovih vozlišč.
- Prvi mehanistični model je bil podan s strani *Wattsa* in *Strogatza*.
- Jasno je, da če je $p = 0$ je koeficient določen z:

$$CC(G) = \frac{3(k-1)}{2(2k-1)}$$

ki se v limiti za velike k približuje $3/4$.

Majhni svetovi

- *koeficient segmentiranosti* $CC(v)$ vozlišča v:

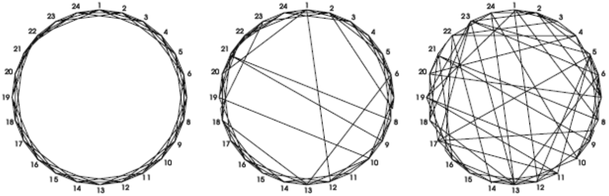
$$CC(v) = \frac{2e(v)}{deg(v)(deg(v) - 1)},$$

- *Koeficient segmentiranosti* $CC(G)$ grafa je povprečje vseh skupnih koeficientov njegovih vozlišč.
- Prvi mehanistični model je bil podan s strani *Wattsa* in *Strogatza*.
- Jasno je, da če je $p = 0$ je koeficient določen z:

$$CC(G) = \frac{3(k-1)}{2(2k-1)}$$

ki se v limiti za velike k približuje $3/4$.

Primer



(a) $G_c(24, 3)$, $p = 0$ (b) $p = 0.1$ (c) $p = 1$

Slika: a) Krožni graf z 24 vozlišči, kjer je vsaka točka povezana s tremi sosednjimi; b) Vsaka povezava je bila povezana z verjetnostjo $p = 0.1$; c)Vsaka povezava je bila povezana z verjetnostjo $p = 1$.

Lema 1 in 2

Lemma

Za $p = \frac{1}{cn}$, c *iz pozitivnih realnih števil in* $\epsilon > 0$ *je premer* $G_p(n, p)$ *asimptotično omejen z visoko verjetnostjo*

$$d\left(\sqrt[d]{c(\log n)^{1+\epsilon}} - 1\right)\left(\frac{\log n}{(1+\epsilon)\log\log n - \log 2} + 1\right).$$

Lema 1 in 2

Lemma

Za $p = \frac{1}{cn}$, *c iz pozitivnih realnih števil in* $\epsilon > 0$ *je premer* $G_p(n,p)$ *asimptotično omejen z visoko verjetnostjo*

$$d\left(\sqrt[d]{c(\log n)^{1+\epsilon}} - 1\right)\left(\frac{\log n}{(1+\epsilon)\log\log n - \log 2} + 1\right).$$

Lemma

Za vsako funkcijo $(logn)^{-1+\epsilon} \leq f(n) \leq n^{1-\delta}$, ϵ, $\delta > 0$ *in* $p = \frac{1}{f(n)n}$ *se premer* $G_d(n,p)$ *asimptotsko približuje z visoko verjetnostjo*

$$d\left(\sqrt[d]{f(n)(\log n)^{1+\epsilon}} - 1\right)\left(\frac{\log(n/f(n))}{\log(\log n)^{1+\epsilon}}\right).$$

Lema 1 in 2

Lemma

Za $p = \frac{1}{cn}$, *c iz pozitivnih realnih števil in* $\epsilon > 0$ *je premer* $G_p(n,p)$ *asimptotično omejen z visoko verjetnostjo*

$$d\left(\sqrt[d]{c(\log n)^{1+\epsilon}} - 1\right)\left(\frac{\log n}{(1+\epsilon)\log\log n - \log 2} + 1\right).$$

Lemma

Za vsako funkcijo $(logn)^{-1+\epsilon} \leq f(n) \leq n^{1-\delta}$, ϵ, $\delta > 0$ *in* $p = \frac{1}{f(n)n}$ *se premer* $G_d(n,p)$ *asimptotsko približuje z visoko verjetnostjo*

$$d\left(\sqrt[d]{f(n)(\log n)^{1+\epsilon}} - 1\right)\left(\frac{\log(n/f(n))}{\log(\log n)^{1+\epsilon}}\right).$$

Brez lestvična omrežja

- Naj za dani graf G, $P(k)$ predstavlja enakomerno naključno verjetnost, da iz vseh vozlišč grafa G izberemo vozlišče s stopnjo k. Kompleksno omrežje je brez lestvično ko $P(k)$ raste z $k^{-\gamma}$, kjer je γ pozitivna konstanta.

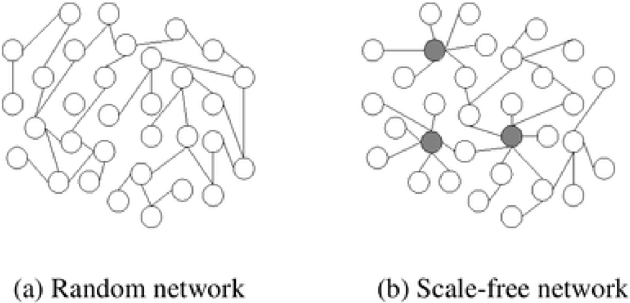
Brez lestvična omrežja

- Naj za dani graf G, $P(k)$ predstavlja enakomerno naključno verjetnost, da iz vseh vozlišč grafa G izberemo vozlišče s stopnjo k. Kompleksno omrežje je brez lestvično ko $P(k)$ raste z $k^{-\gamma}$, kjer je γ pozitivna konstanta.
- Prvi model, ki razloži kako se lahko taka brez-lestvična porazdelitev pojavi je *prednostna povezanost* (preferential attachment) ali $the - rich - get - richer$ model Barbasija in Alberta.

Brez lestvična omrežja

- Naj za dani graf G, $P(k)$ predstavlja enakomerno naključno verjetnost, da iz vseh vozlišč grafa G izberemo vozlišče s stopnjo k. Kompleksno omrežje je brez lestvično ko $P(k)$ raste z $k^{-\gamma}$, kjer je γ pozitivna konstanta.
- Prvi model, ki razloži kako se lahko taka brez-lestvična porazdelitev pojavi je *prednostna povezanost* (preferential attachment) ali $the - rich - get - richer$ model Barbasija in Alberta.

Slike brez lestvičnega omrežja



Slika: a) Naključni graf in b) brez lestvično omrežje. V brez lestvičnem omrežju, so žarišča potemnjena.

Robustnost naključnega in brez-lestvičnega omrežja

- Robustnost omrežja definirajo kot povprečno razdaljo v omrežji, ko je bil iz grafa že odstanjen določen % vozlišč.

Robustnost naključnega in brez-lestvičnega omrežja

- Robustnost omrežja definirajo kot povprečno razdaljo v omrežji, ko je bil iz grafa že odstanjen določen % vozlišč.
- Odstranitev je modelirana na dva načina:
  1. Naključen propad

Robustnost naključnega in brez-lestvičnega omrežja

- Robustnost omrežja definirajo kot povprečno razdaljo v omrežji, ko je bil iz grafa že odstanjen določen % vozlišč.
- Odstranitev je modelirana na dva načina:
  1. Naključen propad
  2. Direktni napad