

# SIMULIRANO OHLAJANJE

Seminarska naloga pri predmetu izbrana poglavja iz  
optimizacijskih metod

Gregor Sušelj

# Ohlajanje

- Nedeterministična metoda za reševanje optimizacijskih problemov
- Izvira iz mehanike
- Razvila sta jo S. Kirkpatrick ter V. Cerny

stanje snovi	trenutna rešitev
lega molekul	spremenljivke
energija snovi	funkcija, ki jo minimiziramo
stanje minimalne energije	globalni minimum
druga stabilna stanja	lokalni minimumi
temperatura	parameter $T$

## Opis algoritma

- Iščemo minimum dane funkcije
- Algoritem začne z začetno rešitvijo in nato generira nove rešitve
- Če je funkcijska vrednost v novi rešitvi nižja, jo sprejme
- Če je funkcijska vrednost v novi rešitvi višja, jo sprejme z neko verjetnostjo
- Verjetnost sprejetja slabših rešitev se med izvajanjem algoritma manjša

## Algoritem

$s = s_0$  /začetni približek rešitve

$T = T_0$  /začetna temperatura

while(ni izpolnjen zaustavitveni pogoj){

while(ravnovesni pogoj){

naključno generiraj sosedno rešitev  $s'$

if( $f(s') < f(s)$ ){ $s = s'$ } /sprejmi boljšo rešitev

else{z verjetnostjo  $\exp(\frac{f(s) - f(s')}{T})$  priredi  $s = s'$ }}

$T = g(T)$  } /g je običajno padajoča funkcija

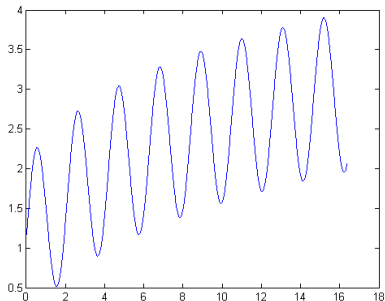
vrni rešitev  $s$

# Parametri

- 1 Začetni približek rešitve
- 2 Začetna temperatura
  - sprejmi vse sosedo
  - večkratnik standardnega odklona
- 3 Načrt ohlajanja (funkcija  $g$ )
  - $T_{i+1} = \alpha T_i$
  - $T_i = T_0 - i\beta$
  - nemonotona
  - prilagodljiva
- 4 Ravnovesni pogoj
- 5 Zaustavitveni pogoj
  - $T < T_{min}$
  - $n$  korakov se rešitev ne spremeni

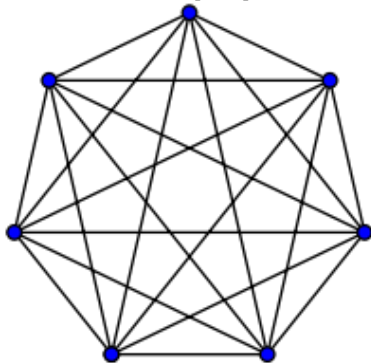
## Primer 1

Program poišče minimum funkcije  $\sin(3x) + \log(x + 3)$  na intervalu  $[0, 16.383]$ .



## Primer 2

Program reši problem trgovskega potnika v grafu  $K_n$ ,  
kjer so uteži na povezavah porazdeljene naključno  
enakomerno na  $[0, 1]$ .



## Konvergenca algoritma

- Prehajanje algoritma med rešitvami lahko opišemo z nehomogeno markovsko berigo.
- Pri logaritemski shemi ohlajanja  $T_k \geq \frac{C}{\log(k)}$  in nekaj dodatnih predpostavkah algoritem konvergira proti optimalni rešitvi z verjetnostjo 1, ko gre število korakov proti  $\infty$ .
- Izkaže se, da je logaritemska shema ohlajanja pomembna zgolj v teoriji, saj je za uporabo v algoritmih prepočasna.



## Podobni algoritmi

Gre za algoritme, ki so se razvili iz simuliranega ohlajanja. Razlikujejo se po načinu sprejemanja nove rešitve. Naj bo  $s$  stara rešitev,  $f$  funkcija, ki jo minimiziramo in  $s'$  nova rešitev. Sprejmi  $s'$ , če

- $f(s') - f(s) < Q$ ,  $Q$  se spreminja (pada) iz koraka v korak
- $f(s') < RECORD + D$ , kjer je  $RECORD$  minimalna vrednost  $f(s)$ , ki jo je algoritem med izvajanjem izračunal in  $D$  neka konstanta
- $f(s') < LEVEL$ , kjer se spremenljivka  $LEVEL$  posodablja kot  $LEVEL = LEVEL - UP$  na vsakem koraku in je  $UP$  konstanta
- $f(s') - f(s) < D$ , kjer se  $D$  posodablja kot  $D = D - (f(s') - f(s))$

## Literatura

- El-Ghazali Talbi. Metaheuristics from design to implementation, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2009.
- Fred Glover, Gary A. Kochenberger. Handbook of metaheuristics, Springer, 2003.
- Peter J. M. Laarhoven, Emile H. L. Aarts. Simulated annealing: theory and applications, Springer, 1987.