The Pareto Archived Evolution Strategy (PAES)

Jelena Marčuk

Seminarska naloga pri predmetu Izbrana poglavja iz optimizacije

Ljubljana, 2. junij 2011

Večkriterijska optimizacija

- Večkriterijski problemi - problemi, ki imajo dve ali več, ponavadi nasprotujočih si kriterijskih funkcij
- Večkriterijski problem nima ene optimalne rešitve ampak množico rešitev, med katerimi ponavadi velja negativna povratna zveza
- Subjektiven pristop: najenostavnejša metoda s pomočjo katere prevedemo večkriterijski problem na enokriterijskega je **metoda utežene vsote** - za vsak nabor uteži dobimo eno optimalno rešitev problema
- Objektiven pristop: Pareto optimalno razvrščanje rešitev

Definicija

Rešitev je Pareto optimalna, če ne obstaja nobena druga rešitev, ki bi bila boljša od te rešitve po vseh kriterijih.

- Enokriterijska optimizacija: prostor kriterijev je množica realnih števil, ki je popolno urejena
- Večkriterijska optimizacija: prostor kriterijev je večdimenzionalen in le delno urejen

Definicija

Rešitev večkriterijskega problema x dominira rešitev y, če velja:

1. *Rešitev x ni slabša od rešitve y po vseh kriterijih,*
2. *Rešitev x je boljša od rešitve y po vsaj enem kriteriju.*

Evolucijski algoritmi

- Temeljijo na Darwinovi teoriji o evoluciji: s selekcijo in kombinacijo genetskega zapisa osebkov skozi generacije ustvarjajo vedno boljše in boljše rešitve
- Primerni za naloge večkriterijske optimizacije, kjer želimo v enem zagonu algoritma dobiti več nedominiranih rešitev
- Metode se med seboj v glavnem razlikujejo po tem, na kakšen način opravljajo selekcijo in s kakšnimi prijemi dosegajo enakomerno razporejenost rešitev
- Razvoj genetskih algoritmov, ki uporabljajo metodo lokalnega iskanja za generacijo novih kandidatov za rešitev - PAES algoritem

Opredelitev problema

Dano je telekomunikacijsko omrežje z omejeno pasovno širino, čez katerega moramo usmeriti več prometnih zahtev v skladu s tremi kriteriji:

- Primarni kriterij, ki mu želimo zadostiti je, da je usmerjanje dopustno, oziroma da nobena povezava ni preobremenjena
- Drugi kriterij zahteva, da so stroški komunikacije, povezani z uporabo vsake povezave, čim manjši
- Nazadnje pa želimo, da je izkoriščenost povezav pod določeno ciljno mejo

Predpostavke

- Podano je omrežje $G = (N, E)$, kjer je N množica vozlišč, velikosti n in E množica dvosmernih povezav, velikosti m
- Vsaka povezava $e \in E$ ima kapaciteto $b(e)$ in ceno $c(e)$
- Časovni okvir, ki ga označimo z množico T, vsebuje l diskretnih časovnih intervalov $t \in T$
- Podana je še množica R z j komunikacijami, ki morajo biti usmerjene čez G
- Vsaka komunikacija $r \in R$ določa izvirno vozlišče $v(r)$ in destinacijo $w(r)$ tako, da je $v(r), w(r) \in N$, $\forall r$
- Za vsako komunikacijo r so dani tudi: konekcijski čas $\tau_\alpha(r) \in T$, diskonekcijski čas $\tau_\beta(r) \in T$ in pasovna širina $h(r)$

Naloga je najti pot $P(r)$ v G za vsako komunikacijo r, ki povezuje $v(r)$ in $w(r)$ v časovnem intervalu $\tau_\alpha(r) \leq t < \tau_\beta(r)$ tako, da minimiziramo kriterijske funkcije.

Skupni promet po povezavi e v časovnem intervalu t

$$f(e,t) = \sum_{r \in R} \left\{ h(r) \,|\, e \in P(r),\, \tau_\alpha(r) \leq t < \tau_\beta(r) \right\} \tag{1}$$

Dopustno usmerjanje je tisto, v katerem skupni promet po vsaki povezavi v vsakem ločenem časovnem intervalu ne presega kapacitete povezave

$$f(e,t) \leq b(e), \forall e \in E, \forall t \in T \tag{2}$$

To lahko dosežemo z minimizacijo razlike $f(e,t) - b(e)$, dokler je $f(e,t) > b(e)$ in tako dobimo prvo kriterijsko funkcijo

$$\min \sum_{t \in T} \sum_{e \in E} \max \{ f(e,t) - b(e), 0 \} \tag{3}$$

Strošek usmerjanja ene komunikacije $r \in R$ v enem časovnem intervalu $t \in T$ po poti $P(v, w)$ med v in w je dan z naslednjim izrazom

$$g(r,t) = \{h(r) \,|\, \tau_\alpha(r) \leq t < \tau_\beta(r)\} \times \sum_{e \in P(r)} c(e) \tag{4}$$

To pomeni, da je skupni strošek usmerjanja vseh komunikacij v celotnem časovnem okviru T enak

$$\sum_{t \in T} \sum_{r \in R} g(r,t) \tag{5}$$

Če izraz 4 vstavimo v 5, dobimo drugo kriterijsko funkcijo, ki jo želimo minimizirati

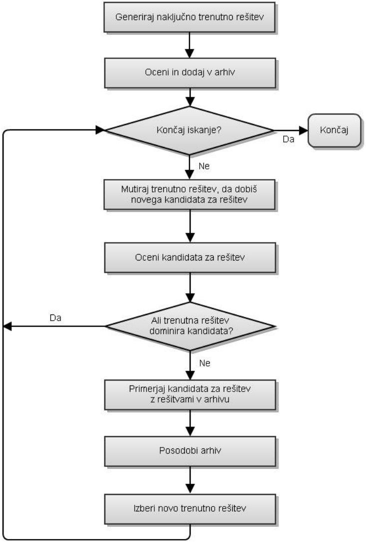
$$\min \sum_{t \in T} \sum_{r \in R} \left\{ \{h(r) \,|\, \tau_\alpha(r) \leq t < \tau_\beta(r)\} \times \sum_{e \in P(r)} c(e) \right\} \tag{6}$$

Tretji in zadnji kriterij je minimizacija odklonov od ciljne izkoriščenosti u za vsako povezavo v omrežju po vseh časovnih korakih

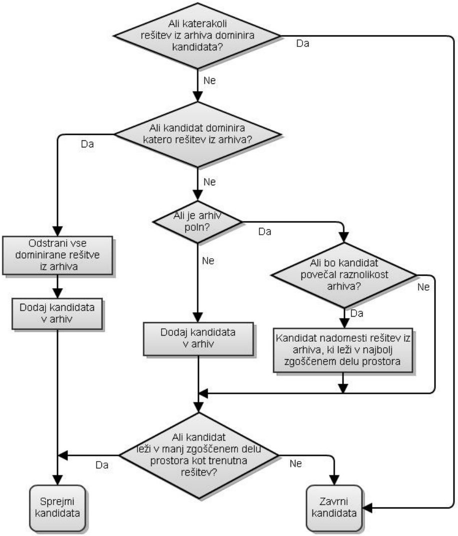
$$\min \sum_{t \in T} \sum_{e \in E} \max \left\{ f(e,t) - \frac{u \times b(e)}{100}, 0 \right\} \tag{7}$$

Vse dokler je $f(e,t) > u \times b(e)/100$ za vsaj eno povezavo $e \in E$ in vsaj en časovni interval $t \in T$, obstaja pritisk na optimizacijski proces, da najde bolj uravnotežene rešitve.

Shema PAES algoritma



Shematični prikaz arhiviranja in sprejemanja rešitev



Prihodnji razvoj

- PAES je mogoče identificirati kot $(1+1)$ evolucijsko strategijo in zato predstavlja izhodiščni algoritem za večkriterijsko optimizacijo. Na podlagi PAES sta bila razvita še dva algoritma.
- $(1+\lambda)$ je identičen PAES algoritmu $(1+1)$, s to razliko da iz trenutne rešitve mutira ne enega ampak λ kandidatov. Vsaki izmed λ kandidatov se primerja s trenutno rešitvijo na isti način kot v PAES $(1+1)$ in najboljši od teh zamenja trenutno rešitev.
- $(\mu+\lambda)$ različica ohranja populacijo velikosti μ, iz katere naredi λ kopij in s pomočjo tekmovalne selekcije izbere najboljše rešitve glede na arhiv, ki jih potem mutira. Mutirane rešitve se spet primerjajo z rešitvami v arhivu in najboljših μ nadomesti trenutno rešitev.

Literatura

- P.D. Justesen, *Multi-objective Optimization using Evolutionary Algorithms*, Department of Computer Science, University of Aarhus, Denmark (2009).
- J.D. Knowles, D.W. Corne, *The Pareto Archived Evolution Strategy: A new Baseline Algorithm for Pareto Multiobjective Optimisation*, Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation (1999), 98–105.
- T. Robič, B. Filipič, *Večkriterijska optimizacija z evolucijskimi algoritmi*, Inštitut Jožef Stefan, Odsek za inteligentne sisteme.