

Univerza v Ljubljani  
Fakulteta za *matematiko in fiziko*



# Optimizacija z roji delcev

Seminarska naloga pri predmetu Izbrana poglavja iz optimizacije

Gregor Cigüt

2. junij 2011

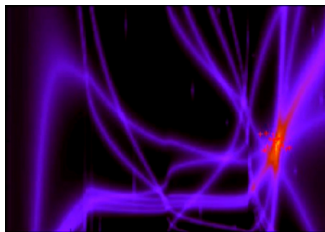
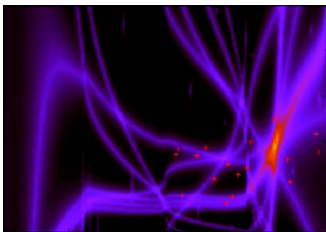
# Koncept PSO

- Motivacija: vedenje organizmov v naravi
- Ideja: koordinirano vedenje brez nadrejenega vodenja
- Roj  $N$  delcev se giblje v prostoru iskanja (globalnega optimuma)
- Delec  $i$  je predstavljen z vektorjem položaja  $x_i$
- Vsak delec ima hitrost in smer gibanja, ki ju prilagaja v smeri globalnega optimuma
- Na gibanje delca  $i$  vplivata:
  - najboljši z njegove strani odkrit položaj  $p_i$
  - najboljši s strani celotnega (ali dela) roja odkrit položaj  $p_g$

## Motivacijski video

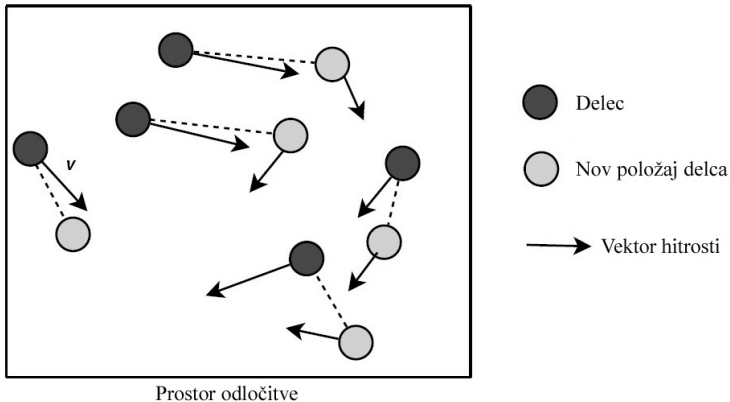
- <http://www.youtube.com/watch?v=xGGtfoC97dc>
- Roj delcev, predstavljenih z rdečimi križci, se giblje po obarvani plošči in išče čimbolj svetlo lokacijo (svetlost narašča od črne k rumeni barvi)
- Delci pomnijo že obiskane lokacije in tudi tiste, ki so jih obiskali z njimi komunicirajoči delci; skladno s tem se odločajo o gibanju
- Po slabi minuti se delci osredotočijo na ozko rumeno območje, po dveh minutah pa se prav vsi skoncentrirajo na isti točki, kar pomeni, da je PSO uspešno privedla do optimalnega rezultata.

## Motivacijski video



- Po dobri minuti se delci večinsko približujejo rumenemu območju, po dveh minutah pa se prav vsi skoncentrirajo na isti točki, kar pomeni, da je PSO uspešno privedla do optimalnega rezultata.
- Nadaljnji primeri PSO videov:
  - <http://www.youtube.com/watch?v=8Vp57FDIHiI>
  - <http://www.youtube.com/watch?v=Rv7bBrTQ2uE>

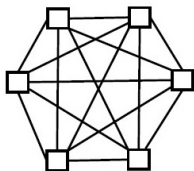
## Roj delcev s pripadajočimi položaji in vektorji hitrosti



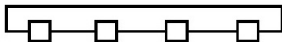
## Metodi *gbest* in *lbest*

- Okolica delca  $i$  je množica drugih delcev, ki s svojimi odločitvami predstavljajo družbeni vpliv na vedenje delca  $i$
- Dve različni metodi:
  - *gbest*: okolica delca  $i$  je celoten roj delcev
  - *lbest*: okolica delca  $i$  je množica z njim neposredno povezanih delcev
- Skladno z izbrano okolico se pojavi trenutni vodja, ki usmerja iskanje optimuma

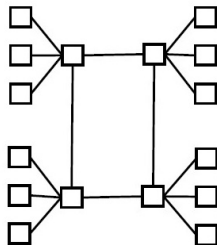
# Roj delcev s pripadajočimi okolnicami



Poln graf



Obod kroga



Homogene podskupine

# Ponazoritev delca

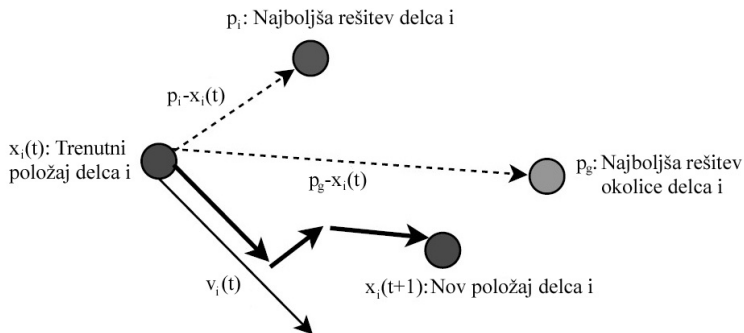
- Trenutni položaj v prostoru iskanja ( $x_i$ )
- Najboljši z njegove strani odkrit položaj ( $p_i$ )
- Trenutna smer in hitrost premika ( $v_i$ )



# 1.: posodobitev vektorja hitrosti

- $v_i(t-1) \longrightarrow v_i(t)$
- $v_i(t) = v_i(t-1) + \rho_1 C_1 \cdot (p_i - x_i(t-1)) + \rho_2 C_2 \cdot (p_g - x_i(t-1))$ 
  - $\rho_1, \rho_2 \dots$  sl. spr. z vrednostmi na  $[0, 1]$
  - $C_1 \dots$  kognitivni učni faktor
  - $C_2 \dots$  družbeni učni faktor
  - $v_i(t) \in [-V_{\max}, V_{\max}]$
- $v_i(t) = w \cdot v_i(t-1) + \rho_1 C_1 \cdot (p_i - x_i(t-1)) + \rho_2 C_2 \cdot (p_g - x_i(t-1))$ 
  - $w \dots$  inercialna utež
  - globalno raziskovanje vs. lokalno osredotočanje

# Premik delca in posodobitev vektorja hitrosti



## 2.: posodobitev položaja

- $x_i(t) = x_i(t - 1) + v_i(t)$

### 3.: posodobitev znanja o najboljših položajih

- (Potencialna) posodobitev individualne rešitve: če je  $f(x_i) < f(p_i)$ , posodobimo  $p_i$  na vrednost  $p_i = x_i$
- (Potencialna) posodobitev globalne rešitve: če je  $f(x_i) < f(p_g)$ , posodobimo  $p_g$  na vrednost  $p_g = x_i$

# Psevdokoda PSO algoritma

Slučajna inicializacija položajev celotnega roja delcev.

**Ponavljaj** (do izpolnitve ustavitvenega kriterija):

    Izračunaj  $f(x_i)$ .

**Za** (vse delce  $i$ ):

        Posodobi vektor hitrosti:

$$v_i(t) = v_i(t-1) + \rho_1 C_1 \cdot (p_i - x_i(t-1)) + \rho_2 C_2 \cdot (p_g - x_i(t-1)).$$

        Premakni se na nov položaj:

$$x_i(t) = x_i(t-1) + v_i(t).$$

**Če** je  $f(x_i) < f(p_i)$ , posodobi:

$$p_i = x_i.$$

**Če** je  $f(x_i) < f(p_g)$ , posodobi:

$$p_g = x_i.$$

        Posodobi  $(x_i, v_i)$ .

**Končaj zanko.**

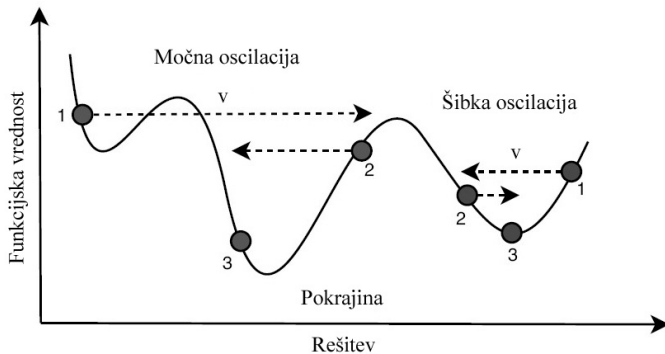
**Končaj zanko.**

## Kalibracija parametrov

| Parameter  | Pomen                  | Tipične vrednosti       |
|------------|------------------------|-------------------------|
| $N$        | Velikost populacije    | [20, 60]                |
| $k$        | Velikost okolice       | $[2, \frac{N(N-1)}{2}]$ |
| $w$        | Inercijska utež        | [0.4, 0.9]              |
| $C_1, C_2$ | Pospešitveni konstanti | $\leq 2$                |

- $\uparrow$  Kvaliteta rezultatov ( $N \uparrow$ )
- $\downarrow$  Časovna zahtevnost ( $N \downarrow$ )
- $\uparrow$  Hitrost konvergence ( $k \uparrow$ )
- $\uparrow$  Konvergenca k resnični rešitvi ( $k \downarrow$ )
- $\uparrow$  Globalno raziskovalnje ( $w, C_1, C_2 \uparrow$ )
- $\uparrow$  Lokalno osredotočanje ( $w, C_1, C_2 \downarrow$ )

# Močne in šibke oscilacije v roju delcev



# Prilagoditve zveznega modela

- Preslikava položajev delcev v diskretne rešitve:
  - binarno kodiranje
  - permutiranje
- Modeli vektorjev hitrosti:
  - realne vrednosti premikov
  - slučajni premiki
  - podan nabor možnih premikov
- Primera:
  - binarna preslikava položajev in slučajni vektorji hitrosti
  - geometrijska optimizacija z roji delcev (GPSO)



# Binarna preslikava položajev in slučajni vektorji hitrosti

- Položaj delca predstavimo z  $n$ -dimenzionalnim binarnim vektorjem
- Generirano hitrost  $v_i = (v_{i1}, \dots, v_{in})$  komponentno preslikamo na interval  $[0, 1]$  s funkcijo

$$S(v_{id}) = \frac{1}{1 + e^{-v_{id}}}.$$

- Za vsako komponento generiramo še eno število na intervalu  $[0, 1]$
- Če je to število manjše od  $S(v_{id})$ , postavimo vrednost komponente  $x_{id}$  v vektorju položaja  $x_i$  na 1, sicer pa na 0
- $(p_{id} - x_{id}), (p_{gd} - x_{id}) \uparrow \implies v_{id} \uparrow \implies S(v_{id}) \uparrow$
- $S(v_{id}) \uparrow \implies P(\text{število} < S(v_{id})) = P(x_{id} = 1) \uparrow$

# Geometrijska optimizacija z roji delcev

- Položaj delca predstavimo z  $n$ -dimenzionalnim binarnim vektorjem
- Namesto vektorja hitrosti vsakemu delcu priredimo tritočkovni maskirni operator (3PMBCX)
- 3PMBCX na podlagi verjetnostnih uteži  $w_1$ ,  $w_2$  in  $w_3$  za vsak delec določi, iz katerega od staršev  $x_i$ ,  $p_g$  ali  $p_i$  bo preslikana posamezna izmed  $n$ -tih komponent novega vektorja položaja

# Geometrijsko križanje v GPSO algoritmu

